



INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Maria da Conceição Cerqueira Martins Vieira
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A CRIATIVIDADE
EM MATEMÁTICA:
Um estudo em contexto de educação pré-escolar

Nome do Curso de Mestrado
Mestrado em Educação
Especialidade em Didática da Matemática e das Ciências

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale

Novembro 2012

AGRADECIMENTOS

À Professora Doutora Isabel Vale agradeço o apoio e a orientação na realização deste estudo, em particular por toda a disponibilidade, dedicação e ajuda incondicional e, em especial, pela amizade, pelo incentivo, por ter acreditado em mim, pelo modo como sempre escutou as minhas vivências na educação das crianças pequenas e pelos longos momentos que tive o privilégio de partilhar, mostrando-me a sua visão transformadora da educação, assente num imenso conhecimento, num forte sentido ético e numa esperança e energia inabaláveis.

Às crianças, um imenso obrigada por terem proporcionado esta experiência absolutamente fantástica, por serem naturais, genuínas e por terem sido a inspiração e a força nos momentos mais difíceis.

Ao João, Ana Francisca, João Guilherme e Hugo agradeço todo o amor, o carinho e a compreensão pelos momentos que os privei da minha presença e pela confiança e orgulho com que sempre olharam para o meu trajeto.

À minha mãe e irmãos agradeço o apoio incondicional e, em particular, à minha irmã Fátima pela presença constante, pela partilha dos seus saberes e por ser uma referência de conhecimento e dedicação à educação pré-escolar.

Às minhas amigas e colegas o meu sincero agradecimento pela aprendizagem partilhada, pelo companheirismo ao longo do meu trajeto e pelo apoio em momentos decisivos da minha vida.

Às estagiária que eu acompanhei de forma muito próxima estou-lhes muito grata pela abertura e pelos momentos de (auto)reflexão e (re)construção de saberes.

RESUMO

O presente estudo, integrado na área da Educação Matemática, dá especial relevância à Resolução de Problemas como tarefas promotoras do conhecimento matemático das crianças. O seu principal objetivo é analisar e compreender, em contexto natural, a reação e o desempenho das crianças da educação pré-escolar na resolução de problemas matemáticos e as suas relações no desenvolvimento da criatividade. No âmbito desta problemática, foram enunciadas as seguintes questões orientadoras: (1) Que reações revelam as crianças perante a resolução de problemas matemáticos?; (2) Que representações utilizam as crianças na resolução das tarefas propostas?; (3) Como se poderá caracterizar a relação entre o desempenho das crianças na resolução das tarefas propostas e a criatividade?

Para a concretização deste estudo foi desenvolvida uma Intervenção Didática que incidiu numa abordagem matemática centrada na Resolução de Problemas para a qual se escolheram seis tarefas que constituem a base deste estudo.

Optou-se por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa, baseada em dois estudos de caso. A recolha de dados realizou-se no contexto de um grupo de onze crianças privilegiando-se a observação participante, a entrevista, os documentos variados e gravações áudio e vídeo. A investigadora assumia também o papel de educadora destas crianças, tendo sido a principal fonte de recolha de dados

A análise de dados permitiu verificar que as crianças se mostraram sempre entusiasmadas, motivadas e envolvidas. A variedade de respostas configuradas em diferentes representações permitiu concluir que as crianças pensam de modo diversificado e por isso tomam decisões e fazem escolhas também elas diversificadas.

As tarefas potenciaram processos variados e criativos de resolução com o recurso a várias representações, as quais se manifestaram como um poderoso instrumento de comunicação das ideias matemáticas das crianças e do seu pensamento criativo.

Palavras-chave: Educação Pré-Escolar, Matemática, Resolução de Problemas, Representações, Criatividade.

ABSTRACT

This study was integrated in the area of mathematics education giving special relevance to problem solving tasks as promoters of children's mathematical knowledge. Its main objective/goal is to analyze and understand, in natural context, the reaction and the performance of pre-school children in solving mathematical problems and their relationships in the development of creativity.

Within this issue, we formulated the following research questions: (1) What reactions reveal children when are solving mathematical problems?; (2) What representations use children when are solving those tasks?; (3) How can we characterized the relationship between children's performance in problem solving task and creativity?

To concretize this study was developed a Didactical Intervention focused on a mathematical problem solving approach in which we chose six tasks. We opted for a qualitative research based on a case study design of two children. The data collection was carried out on in the context of a group of eleven children, based on participant observation, interviews, several documents and audio and video recordings. The main source of data collection was the researcher herself, as she was also the teacher.

The data analysis revealed during the didactical intervention that children were always enthusiastic, motivated and involved. The diversity of answers shaped in different representations showed that children think, choose and make decisions also in a diversify way.

The used tasks increased different and creative processes of resolution using multiple representations, which showed to be a powerful communication tool of mathematical ideas and creative thinking of children.

Keywords: Preschool Education, Mathematics, Problem Solving, Representations, Creativity.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	v
ABSTRACT	vii
ÍNDICE	ix
LISTA DE ABREVIATURAS	xiii
LISTA DE FIGURAS	xv
LISTA DE TABELAS	xvii
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
Pertinência do Estudo	1
Problema e Questões do Estudo	4
Organização do Trabalho	5
CAPÍTULO II - ENQUADRAMENTO TEÓRICO	7
A Educação Pré-escolar em Portugal e a Matemática	7
A Investigação e a Matemática Pré-Escolar	12
As Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar	22
Resolução de Problemas em Matemática	25
As tarefas em matemática	29
Problemas e investigações	31
Os padrões e a resolução de problemas	35
O papel das representações na resolução de problemas	38
Criatividade	44
Clarificação do conceito de criatividade	44
Criatividade e resolução de problemas matemáticos	47
CAPÍTULO III - METODOLOGIA	51
Opções Metodológicas	51
Estudo de caso qualitativo	53

Papéis da investigadora	56
A escolha dos casos	58
Contexto do estudo	59
O Estudo em Ação: vários procedimentos	64
Recolha de Dados	68
Observação	68
Entrevistas	70
Documentos	71
Gravações áudio e vídeo	71
A Intervenção Didática	72
Análise de Dados	80
CAPÍTULO IV - OS CASOS E A INTERVENÇÃO DIDÁTICA	83
O Grupo	83
Caraterização geral	83
A relação com a matemática	87
O grupo e a Intervenção Didática	90
A Ana	94
A Ana como criança	94
A Ana e a relação com a matemática	96
A Ana e a Intervenção Didática	98
Reações da Ana às tarefas	98
A Ana e a Resolução de Problemas	98
A Ana e a Criatividade	113
A Maria	115
A Maria como criança	115
A Maria e a relação com a matemática	117
A Maria e a Intervenção Didática	119
Reações da Maria às tarefas	119
A Maria e a Resolução de Problemas	120
A Maria e a Criatividade	131

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES	135
Principais Conclusões do Estudo	135
A relação com a matemática	135
A Resolução de Problemas e a Criatividade	141
Reflexões Finais	146
Reflexão sobre algumas implicações na prática profissional	146
Limitações e Recomendações	147
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	149
ANEXOS	157

LISTA DE ABREVIATURAS

APM - Associação de professores de Matemática

CFC - Centros de Formação Contínua

DGIDC - Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

ESE – Escola Superior de Educação

GIRP - Grupo de Investigação em Resolução de Problemas

JI – Jardim de Infância

ME-DEB - Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica

ME-DGEBS – Ministério da Educação, Direção Geral do Ensino Básico e Secundário

ME-DGIDC - Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

NACCCE – National Advisor Committee on Creative and Cultural Education

NAYEC - Nacional Association for the Education of Young Children

NEE – Necessidades Educativas Especiais

NCTM - Nacional Council of Teachers of Mathematics

NRC - Nacional Research Council

OCEPE - Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

PAA - Plano Anual de Atividades

PCG – Projeto Curricular de Grupo

UNESCO – United Nations Educational Scientific and Cultural Organization

ZDP - Zona de Desenvolvimento Próxima

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Modos de representação (adaptado de Boavida et al., 2008; Castro & Rodrigues, 2008; Clement, 2004)	43
Figura 2. Exploração do material disponibilizado na tarefa “Nodi o pintor” feita pela Ana	99
Figura 3. Construção organizada das casas feita pela Ana na tarefa “Nodi o pintor”	100
Figura 4. Representação das três soluções da tarefa “Nodi o pintor” apresentadas pela Ana	101
Figura 5. Representações utilizadas pela Ana na resolução da tarefa “Os flamingos”	104
Figura 6. Dramatização da tarefa “Os amigos dão abraços”	105
Figura 7. Lista organizada utilizada pela Ana na resolução da tarefa “Os amigos dão abraços”	105
Figura 8. Representação da tarefa “os amigos dão abraços” elaborada pela Ana	106
Figura 9. Representações mobilizadas pela Ana na tarefa “Vamos pôr a roupa a secar”	108
Figura 10. Representação utilizada por uma criança no registo dos dados da tarefa “O galinheiro da D. Mimi”	109
Figura 11. Representação da tarefa “O galinheiro da D. Mimi” elaborada pela Ana	110
Figura 12. Representações mobilizadas pela Ana na tarefa “Paus e quadrados”	111
Figura 13. Exploração do material disponibilizado na tarefa “Nodi o pintor” feita pela Maria	120
Figura 14. Representação a tarefa “Nodi o pintor” elaborada pela Maria	122
Figura 15. Representações das soluções possíveis da tarefa “O flamingos” mobilizadas pela Maria	123
Figura 16. Representações mobilizadas pela Maria na tarefa “Os amigos dão abraços”	125
Figura 17. Dramatização da tarefa “Vamos pôr a roupa a secar” realizada pela Maria	126
Figura 18. Representação das três soluções da tarefa “Vamos pôr a roupa a secar” elaborada pela Maria	127
Figura 19. Representações mobilizadas pela Maria na tarefa “O galinheiro da D. Mimi”	129
Figura 20. Representações mobilizadas pela Maria na tarefa “Paus e quadrados”	130

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Papel do professor e do aluno em diferentes abordagens	35
Tabela 2. Relação entre resolução e formulação de problemas e dimensões da criatividade (adaptado de Silver, 1997)	50
Tabela 3. Fases do estudo	68
Tabela 4. Características da tarefa “Nodi o pintor”	74
Tabela 5. Características da tarefa “Os flamingos”	75
Tabela 6. Características da tarefa “Os amigos dão abraços”	76
Tabela 7. Características da tarefa “O galinheiro da D. Mimi”	77
Tabela 8. Características da tarefa “Vamos pôr a roupa a secar”	78
Tabela 9. Características da tarefa “Paus e quadrados”	79
Tabela 10. Categorias e indicadores de análise	81

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se um conjunto de considerações que orientam e contextualizam o estudo. Inicia com a discussão à volta dos eixos que consubstanciam a pertinência do estudo. A seguir explicita-se o problema e as questões de investigação e finaliza com a descrição da organização do trabalho.

Pertinência do Estudo

É consensualmente aceite pela sociedade que a Matemática é fundamental na formação global dos alunos, pois contribui de um modo significativo e insubstituível para os tornar indivíduos autónomos, competentes, críticos e confiantes na resolução dos problemas da vida. Isto implica que todas as crianças e jovens possam ter oportunidade de desenvolver a sua capacidade de usar a matemática para analisar, raciocinar, comunicar, com eficiência, à medida que colocam, resolvem e interpretam problemas numa variedade de situações, com motivação e confiança (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). Ponte, no prefácio do livro “Emergência da matemática na educação pré-escolar” (Barros & Palhares, 1997) enfatiza esta ideia quando afirma que a matemática é “reconhecidamente decisiva para a estruturação do pensamento humano e a plena integração na vida social” (p. 9) e que deve ser promovida desde cedo.

No que refere à educação pré-escolar, existe ainda uma “visão equivocada” de que as crianças nesta faixa etária não tem acesso ao “verdadeiro conhecimento matemático por este implicar um elevado nível de abstração” (Miguéis & Azevedo, 2007, p. 13) e por se negligenciar também o facto de as aprendizagens estarem associadas às atitudes que as crianças têm em relação à mesma. Todavia, a investigação tem mostrado que o desenvolvimento matemático nos primeiros anos é fundamental e o sucesso das aprendizagens futuras está intimamente ligado à qualidade das experiências proporcionadas às crianças (Castro & Rodrigues, 2008). Tem mostrado também que as crianças pequenas revelam “capacidades surpreendentes” (Baroody, 2002, p. 338) no modo como exploram e nas estratégias que mobilizam nas suas experiências matemáticas

e que é nesta idade que se deve fomentar a construção de uma atitude positiva em relação a este domínio do conhecimento.

Se “aprender matemática é um direito básico de todas as pessoas – em particular, de todas as crianças e jovens – e uma resposta a necessidades individuais e sociais.” (Abrantes, et al., 1999, p. 17), então, é responsabilidade dos profissionais de educação proporcionar a todos a oportunidade de aprender matemática de um modo realmente significativo. Mas a matemática para todos não se identifica com o ensino de um certo número de conteúdos específicos, baseados em conhecimentos isolados e técnicas rotineiras. A competência matemática será apropriada pelas crianças e jovens através de experiências matemáticas ricas e diversificadas e da reflexão sobre essas experiências, respeitando a sua maturidade e ritmos de aprendizagem (Miguéis & Azevedo, 2007).

A matemática, porque é um âmbito do saber com especificidade própria e com pertinência sócio-cultural (e.g. Baroody, 2002; Carraher, Carraher, & Schliemann, 1999; Nunes & Bryant, 1996), integra uma variedade de experiências de aprendizagem, de conhecimento, de atitude e competência que desde cedo devem ser promovidas (ME-DEB, 1997). Nesta linha, mais recentemente o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007) enfatiza a matemática como uma linguagem que nos permite compreender, representar e agir sobre o mundo resolvendo problemas que se nos deparam e de prever e controlar os resultados das nossas ações. Este documento preconiza para todos os alunos uma formação que permita compreender e utilizar a matemática em todos os contextos das suas vidas, reconhecendo o seu contributo no desenvolvimento científico e tecnológico, bem como a sua importância cultural e social. Enfatiza ainda a importância de uma formação que promova uma relação positiva com a matemática que será fundamental na integração social e aprendizagem ao longo da vida. Assim, a matemática enquanto modo de pensar ligada à atividade de investigar e resolver problemas, para a qual é necessário questionar, compreender, procurar soluções, conjecturar, verificar e refletir constitui um importante domínio a incluir na formação das crianças.

É resolvendo problemas do seu dia-a-dia que as crianças desenvolvem novas capacidades e exploram novos conceitos a partir da sua própria iniciativa. A este

propósito, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE) salientam a transversalidade da resolução de problemas como um meio de construção de conhecimentos e por isso deve ser entendida como um processo presente nas experiências a desenvolver com as crianças. Neste processo de resolução de problemas “não se trata de apoiar as soluções consideradas corretas, mas de estimular as razões da solução, de modo a fomentar o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico” (ME-DEB, 1997, p. 78). Neste sentido, acredita-se que um dos objetivos da educação deve ser o de criar condições para que as crianças resolvam problemas que sejam significativos, desenvolvendo assim o seu pensamento. Não se considera a resolução de problemas como um objetivo para chegar a soluções corretas, mas, essencialmente, como um processo no qual a criança aprende a pensar para chegar às suas conclusões, mobilizando para isso várias estratégias, criando várias representações e empenhando-se em processos metacognitivos, para comunicar as suas ideias e o seu pensamento.

A sociedade sempre necessitou de pessoas criativas e imaginativas, pessoas que sejam capazes de descobrir soluções criativas para os problemas e que, de forma imaginativa, combinem ideias e capacidades que ainda não tenham sido associadas (Duffy, 2004). O desejo de ser criativo, de representar e de partilhar as nossas experiências com os outros parece ser uma característica humana básica que existiu ao longo de toda a história e em todas as comunidades. Ao encorajarmos a criatividade, estamos a promover a capacidade que a criança possui de explorar e compreender o seu mundo e de reagir e representar as suas perceções. Estamos a aumentar as oportunidades que tem de estabelecer novas relações, alcançar novos entendimentos e criar novos significados. O processo criativo ajuda as crianças a resolver problemas e a assumir o comando dos mesmos e isso promove a autonomia em termos intelectuais e a auto-estima (Duffy, 2004).

Como refere o Relatório “All Our Futures: Creativity, Culture and Education”:

A criatividade é importante na educação porque o mundo actual em que os alunos vivem é cada vez mais complexo, necessitando de uma abordagem criativa para a resolução de problemas existentes e não de uma grelha de ferramentas pré-estabelecidas para enfrentar a vida. A educação que as crianças actualmente recebem deve prepará-las para um futuro que já não oferece as mesmas certezas, que existiam há duas décadas atrás, de um futuro muito mais previsível e limitado....(NACCCE, 1999, s/ p.)

De acordo com as posições acima assumidas, crê-se que a aprendizagem da matemática sustentada num ambiente onde se promove a resolução de problemas desenvolve a criatividade e, esta última, por sua vez, constitui um fator importante na competência de resolver problemas. Neste ambiente de aprendizagem será reforçada a importância das representações, como uma poderosa ferramenta de comunicação, as quais darão sentido e significado às ideias das crianças e ao seu raciocínio.

Por último, este estudo terá uma relevância a nível pessoal, na medida que contribuirá para um melhor conhecimento na área da educação matemática que enriquecerá o desenvolvimento profissional da investigadora.

Problema e Questões do Estudo

Tendo como referenciais as ideias explicitadas anteriormente, o presente estudo pretendia analisar e compreender, em contexto natural, a reação e o desempenho das crianças da educação pré-escolar na resolução de problemas matemáticos e as suas relações no desenvolvimento da criatividade, procurando-se identificar que representações as crianças privilegiam na resolução de tarefas propostas, assim como identificar possíveis dificuldades.

No âmbito desta problemática, foram enunciadas algumas questões orientadoras a que este estudo procurará dar resposta, a partir das ações das crianças do grupo e, dentro deste, da de duas crianças em particular, e são elas:

- Que reações revelam as crianças perante a resolução de problemas matemáticos?
- Que representações utilizam as crianças na resolução das tarefas propostas?
- Como se poderá caracterizar a relação entre o desempenho das crianças na resolução das tarefas propostas e a criatividade?

Organização do Trabalho

Este trabalho organiza-se em torno de cinco capítulos.

O Capítulo I, Introdução, inicia com a discussão à volta dos eixos que consubstanciam a pertinência do estudo. A seguir explicita-se o problema e as questões de investigação e finaliza com a descrição da organização do trabalho.

O Capítulo II, Enquadramento Teórico, refere-se à fundamentação teórica que sustentou o estudo, com o objetivo de analisar e discutir as principais temáticas nele contempladas. Primeiramente, são tecidas algumas considerações sobre a educação pré-escolar e a matemática em Portugal, sobre o investimento que a investigação tem realizado na matemática pré-escolar e sobre o currículo. De seguida, aborda-se a temática da Resolução de Problemas, apresentando as principais ideias e incidindo em aspetos como as tarefas, definições, tipologias, estratégias de resolução, a importância dos padrões e o papel das representações. Por fim, discute-se e clarifica-se o conceito de criatividade, afunilando esta discussão para a importância da resolução de problemas de matemática e a promoção da criatividade.

No Capítulo III, Metodologia, inicialmente são apontadas as opções metodológicas tomadas. Seguidamente, são esclarecidos os papéis da investigadora, bem como os critérios que estiveram subjacentes na escolha dos casos. Segue-se com a descrição do contexto onde se desenvolveu o estudo e dos procedimentos tidos em conta no desenrolar deste estudo. Posteriormente, são explicitadas as técnicas utilizadas na recolha de dados. Depois é feita uma apresentação das tarefas, dos objetivos nela inerentes bem como se perspetivam desempenhos esperados por parte das crianças. Finaliza-se este capítulo com a explicação do processo de análise de dados.

O Capítulo IV, Os casos e a Intervenção didática, configura-se com a descrição e análise das crianças-caso, no contexto do grupo onde as mesmas interagiram. Inicialmente, analisam-se as características gerais do grupo assim como a sua relação com a matemática. Descrevem-se também alguns episódios mais relevantes decorrentes da realização das tarefas. Seguidamente, apresentam-se as crianças-caso, focando as suas características pessoais e a relação das mesmas com a matemática. Analisa-se o seu desempenho ao longo da Intervenção Didática, revelando aspetos relacionados com as

reações e desempenhos, o papel das representações e a resolução de problemas e a criatividade.

No Capítulo V, Conclusões, apresentam-se as conclusões decorrentes da análise realizada sobre os dados recolhidos, respondendo às questões inicialmente definidas. Esta análise será explanada em torno de dois tópicos: (1) a Relação com a Matemática; e (2) a Resolução de Problemas e a Criatividade. Termina com uma breve reflexão sobre a experiência desenvolvida, focando sobre as implicações na prática profissional da investigadora e em algumas limitações, tanto no que refere ao trabalho realizado com as crianças como no que respeita à investigação. Nesta reflexão serão também apontadas algumas recomendações para investigações futuras.

CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo serão analisadas e discutidas as principais temáticas que sustentam o estudo. Primeiramente, são tecidas algumas considerações sobre a educação pré-escolar e a matemática em Portugal, sobre o contributo da investigação em matemática pré-escolar e sobre o currículo. De seguida, aborda-se a temática da Resolução de Problemas, apresentando as principais ideias e incidindo em aspetos como definições, tipologias, estratégias de resolução, a importância dos padrões, as tarefas e o papel das representações. Por fim, discute-se e clarifica-se o conceito de criatividade, afunilando esta discussão para a importância da resolução de problemas de matemática e a promoção da criatividade.

A Educação Pré-Escolar em Portugal e a Matemática

Na primeira metade do século XX, o alargamento da educação pré-escolar provocou a procura de novos modelos, que a par das novas conceções sobre a educação das crianças, trouxeram diferentes soluções para o seu atendimento, nos diferentes países ocidentais, incluindo Portugal. Contudo, devido a fatores de ordem política e social, o período entre os anos 30 e 60, manteve-se estagnado (Depressão, II Guerra Mundial, em Portugal o Estado Novo). Como referem Spodeck e Brown (2002), neste período, “os currículos da educação de infância serviam apenas para garantir o desenvolvimento saudável das crianças” (p. 203). Em relação à matemática, devido à ênfase dada à aritmética e à memorização por rotina no ensino básico, conduziu a que as atividades propostas para as crianças pequenas fossem uma mera preparação para os níveis escolares seguintes. Assim, o período que se estende até à década de 80 é considerado como um período de um currículo minimalista centrado em volta dos primeiros dez números e no reconhecimento de formas geométricas simples.

Nos últimos trinta anos a psicologia cognitiva veio incrementar grandes mudanças no modo como se concebe o pensamento matemático das crianças. Foram essencialmente os estudos de Piaget, em particular sobre o desenvolvimento do conceito

de número, os responsáveis pela abordagem da matemática na educação pré-escolar. Assim, as operações lógicas e os conceitos de conservação, classificação e ordenação começaram a constituir as bases da atividade matemática, nos jardins-de-infância, para alicerçar o conceito de número e o pensamento aritmético. Também as escolas de formação inicial assentaram os seus planos de formação em matemática nestes conceitos (portaria nº 26 – G/80, de 9 de Janeiro - Programa de Formação Inicial dos Educadores de Infância). Note-se que, ainda hoje, as operações lógicas são assumidas, por grande parte dos educadores de infância, como atividades fulcrais, fazendo parte da abordagem da matemática nos jardins-de-infância.

Paralelamente, as investigações no campo da psicologia cognitiva mostram “que as abordagens tradicionais ao ensino não estimulam de forma adequada a construção de um conhecimento matemático” (Baroody, 2002, p. 333). Consequentemente, novas visões da natureza da educação em matemática, incluindo a educação matemática nos primeiros anos, foram enfatizadas em vários documentos importantes onde se destacam o *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar) (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989), *Everybody Counts*, (Nacional Research Council [NRC], 1989). Estes documentos recomendam que se implementem mudanças no modo de ensinar a matemática às crianças, recomendando aos educadores/professores que na sua prática se valorize a compreensão e a resolução de problemas em detrimento da memorização de factos e procedimentos.

Em Portugal, a mudança do ensino da matemática começa a ganhar contornos em meados dos anos 80, assistindo-se à formação de equipas de professores e investigadores responsáveis pela elaboração dos novos programas para todos os níveis escolares (excluindo o nível pré-escolar). Neste contexto, é redigido o documento *Renovação do Currículo de Matemática* (1988) onde é preconizado um conjunto de princípios para o ensino, destacando-se a importância da resolução de problemas e das aplicações da matemática. Porém, na educação pré-escolar, só em 1997 surgem as *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar* (OCEPE) (ME-DEB, 1997), onde a matemática surge como um domínio a desenvolver na Área de Expressão e Comunicação. Perante

este contexto, observa-se que estas reformas e inovações sobre a educação matemática não chegam aos educadores de um modo formal, relegando à responsabilidade de cada um o investimento nesta área. Como refere Oliveira (2004) “a investigação em educação matemática neste nível etário é ainda muito escassa, sendo por isso necessário que os educadores com a sua experiência educativa e consequente trabalho colaborativo, juntamente com leituras e formações adequadas, procurem inspiração e façam as modificações necessárias no ambiente de aprendizagem da matemática” (p. 26).

No que refere à oferta de formação contínua na área da matemática para os educadores de infância, parece consensual, no seio destes profissionais, que ela é escassa. Considera-se que na formação dos professores dos níveis mais elementares, o conhecimento matemático será menos importante do que o conhecimento educacional (Biehler, 1994, citado em Gomes, 2003) dando-se, por isso, mais relevância a áreas do saber mais abrangentes que têm como base o aspeto formativo global da criança. A este propósito, Vieira (2010) enfatiza a necessidade de uma formação para os educadores de infância que os envolva num conhecimento sólido e rigoroso sobre as várias áreas e domínios de conteúdo de modo a permitir-lhes propor atividades integradas, significativas, desafiantes e adequadas.

É consensual por parte de diversos investigadores (e.g. Ball, Thames & Phelps, 1990; Brown, Cooney & Jones, 1990; Ponte, Matos & Abrantes, 1998) que é condição necessária para um ensino eficiente da matemática que o professor tenha não só um sólido conhecimento matemático, mas também um conhecimento didático, de modo a saber usá-los nos vários contextos da sua prática.

Vários são os estudos, quer nacionais quer internacionais, que concluem que os professores dos níveis elementares têm um reduzido conhecimento matemático. Por exemplo, relativamente à investigação realizada em Portugal, Ponte, Matos e Abrantes (1998) referem que o conhecimento matemático dos professores dos níveis elementares é “fortemente deficiente” (p. 219). Também no plano internacional, Brown et al. (1990) nos seus estudos concluíram que os professores das crianças pequenas não possuem os conhecimentos matemáticos necessários para uma abordagem da matemática como recomendam as organizações como a NCTM.

Apesar de ser um facto universalmente inquestionável que qualquer professor/educador tenha que receber uma adequada formação de matemática, a verdade é que a formação contínua não tem dado respostas nesta área, principalmente para superar as lacunas que muitos educadores têm devido a uma insuficiente formação inicial. Recorde-se que há muitos educadores que nunca tiveram matemática na sua formação inicial e, ainda, há aqueles que, embora a tendo tido, ela assentou mais na aprendizagem de conteúdos do que num saber didático. Além disso, nos últimos anos, muita investigação se tem feito sobre a educação matemática e as conclusões inovadoras não têm chegado, pelo menos de um modo efetivo e eficiente, ao seio deste grupo profissional. Contudo, para os educadores de infância esta formação deverá ser prioritária na medida em que são eles os responsáveis pela primeira etapa da educação básica, e nela se inclui a aprendizagem matemática, parte integrante do desenvolvimento dos indivíduos. Um outro ponto crucial do papel destes profissionais é ajudar as crianças a desenvolver atitudes positivas em relação à matemática, fator fundamental que ao não ser promovido poderá comprometer as aprendizagens na educação formal das crianças. Como refere Baroody (2002) “é nestes níveis iniciais que é moldada a predisposição para a aprendizagem e uso da matemática e, em muitos casos, fixada para sempre” (p. 333).

No início do ano 2000, com a abertura dos Cursos Complementos de Formação Científico para os educadores de infância e professores do 1º ciclo, os quais reconheciam o grau de licenciatura, estes docentes puderam, efetivamente, alargar a sua formação em vários domínios, nomeadamente no âmbito da matemática. Muitos destes docentes tiveram pela primeira vez contacto com as novas orientações sobre a didática da matemática e com as abordagens inovadoras sugeridas por reconhecidas organizações de investigação como seja o NCTM.

Também em 2008, a Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), após a realização de estudos sobre a aplicação das OCEPE e sobre as perspetivas para o desenvolvimento do currículo na educação pré-escolar, definiu como estratégia a publicação de materiais de apoio e a realização de ações de formação que incidam na fundamentação do processo educativo, dando também um particular relevo à articulação de conteúdos. Neste sentido, foram publicadas várias brochuras sendo duas delas

dedicadas à matemática: Sentido de número e organização de dados e Geometria. Estas brochuras constituíram-se como um importante recurso para a ação do educador na medida que articulam teoria e prática de uma forma integrada, dando sugestões de tarefas pertinentes a explorar com as crianças. Paralelamente foi disponibilizada, pela DGIDC, aos educadores de infância, a nível nacional, uma oficina de formação intitulada “Operacionalização das OCEPE no âmbito da matemática e da linguagem oral e abordagem à escrita”. Esta formação tinha como objetivos: dar resposta às necessidades de atualização científica e didática dos docentes da Educação Pré-Escolar nos domínios da Matemática e da Linguagem Oral e Abordagem à Escrita; promover a qualidade das respostas educativas e das aprendizagens curriculares a proporcionar às crianças; promover a perspetiva de continuidade entre a educação Pré-Escolar e o 1º Ciclo do Ensino Básico; conceber materiais didáticos de apoio à prática educativa dos educadores; refletir sobre os conteúdos específicos, de cada brochura, nos diferentes domínios e a sua aplicabilidade de forma articulada; proporcionar uma melhor compreensão das conceções subjacentes à organização das OCEPE e torná-las mais operacionais; promover o aprofundamento de conhecimentos dos educadores de modo a impulsionar a disseminação de boas práticas. Todavia, foram poucos os educadores de infância que tiveram acesso a esta formação. Este facto deveu-se à extinção do Centro de Formação da DGIDC e à pouca importância dada à mesma pelos Centros de Formação Contínua (CFC) para os quais foram remetidas estas formações com a designação dos respetivos formadores habilitados a desenvolvê-la.

Hoje com a falta de financiamento com que se deparam os CFC, teme-se que a formação contínua para os educadores de infância continue deficitária pelo que os mesmos devam continuar, como até aqui tem sido a sua cultura, a reunir, ainda que informalmente, para refletir sobre documentos e investigações atuais, para articular práticas e refletir sobre as mesmas, num processo colaborativo de procura de resposta de qualidade para a sua ação educativa.

A Investigação e a Matemática Pré-Escolar

Nas últimas décadas o interesse pela criança e pela sua educação desencadeou um investimento na investigação em campos específicos, como na Psicologia, na Antropologia e na Pedagogia, começando a criança a assumir um papel de sujeito ativo na construção do seu saber. Estas conquistas da investigação trouxeram também interesse pela Educação Matemática como uma nova área de investigação, particularmente incidindo nos aspetos específicos do ensino e aprendizagem da matemática das crianças pequenas. Os vários estudos sobre a atividade matemática das crianças pequenas (e.g. Ginsburg, 1989; Nunes & Bryant, 1997; Resnick, 1989) têm constatado que o seu pensamento matemático é mais sólido do que se pensava. Relevando esta ideia, Moreira e Oliveira (2003) afirmam que “as crianças não só possuem um conhecimento informal e intuitivo da matemática antes de chegarem à escola, como também têm um pensamento matemático complexo” (p. 40). Referenciando Becker e Selter (1996, citados em Moreira & Oliveira, 2003) estas autoras referem que:

(...) a matemática informal é entendida não só como as habilidades e conhecimento que as crianças adquiriram fora da escola, como também os conceitos que desenvolvem na escola sem serem ensinados. Como tal, a matemática informal é baseada na construção ativa do indivíduo que é tanto encorajado como constrangido pelos fatores sociais e culturais. (p. 40)

Sobre o assunto, Baroody (2002) argumenta que “a matemática informal permite à criança exibir capacidades surpreendentes” mostrando possuírem “competência para resolver problemas anteriormente insuspeitada” aplicando operações como “adições, subtrações, multiplicações e divisões simples usando estratégias de contagem que simulam o significado de um problema” (pp. 338-339).

Para além do conhecimento informal e intuitivo, a investigação tem mostrado que as crianças possuem uma variabilidade no modo como exploram e nas estratégias que usam nas suas experiências matemáticas, não sendo o seu conhecimento uniforme e explícito (Baroody, 2002; Ginsburg, 1989; Hunting, 1999; Resnick, 1989; Siegler & Jenkins, 1989). Assim, as estratégias usadas pelas crianças pequenas podem variar na mesma sessão e na mesma tarefa tanto na resolução de problemas orais e escritos como na

utilização dos símbolos, sendo as suas respostas influenciadas por vários fatores, como por exemplo o material envolvido na situação/problema e a utilização de números “pequenos” ou “grandes”. A este respeito e interpretando os resultados das suas pesquisas, Siegler e Jenkins (1989) referem que, nas crianças pequenas a apropriação e aplicabilidade da estratégia correta necessita de tempo, tempo esse em que ocorrem várias experiências com sucesso para que a criança se convença que terá que abandonar a estratégia incorreta. Esta variabilidade caracterizada por situações de “ora sabem, ora não sabem” (Sophian, 1999, p. 11) levantou a questão junto dos investigadores de que não é apenas necessário investigar quanta matemática as crianças sabem, mas também como a sabem e qual a sua consistência.

Relativamente às aprendizagens matemáticas, os números inteiros e as operações aritméticas, bem como as estruturas conceptuais necessárias ao desenvolvimento numérico das crianças dos 2 aos 8 anos, têm sido dos temas mais investigados em educação matemática (e.g. Baroody, 2002; Ginsburg, Ioue & Seo, 1999; Piaget & Szeminska, 1975; Nunes & Bryant, 1997).

Para Piaget (1976), de todos os fatores que interagem num processo constante de auto-regulação (maturação biológica, experiência, transmissão social), a experiência desempenha um papel fundamental, uma vez que é a única que pode ser controlada e manipulada através da ação educacional. A experiência diz respeito a dois processos diferentes: a experiência física, que é apreendida diretamente de objetos e da realidade física, e a experiência lógico-matemática que consiste na ação mental sobre os objetos. A experiência física é a base, o ponto de partida da cognição, mas não é suficiente para explicar o desenvolvimento do conhecimento lógico: “a lógica das crianças não vem da experiência dos objetos mas das ações sobre os mesmos, o que é diferente...” (p. 37). Assim, na experiência lógico-matemática o conhecimento não é construído a partir dos objetos, mas de uma experiência das ações dos indivíduos sobre os mesmos.

Uma ideia central de Piaget era a de que todas as mudanças importantes no raciocínio matemático dependem de mudanças na lógica. Sendo assim, segundo este autor, a criança para aprender matemática precisa de adquirir uma compreensão lógica. Nunes e Bryant (1997), assumindo uma posição mediadora, defendem que a lógica tem

um papel importante no desenvolvimento matemático da criança, havendo, no entanto, uma relação entre o desenvolvimento lógico e o seu conhecimento dos sistemas convencionais.

Alguns aspetos da teoria de Piaget foram reexaminados por investigadores desenvolvimentistas em várias áreas, chamando a atenção para a existência de capacidades de pensamento nas crianças, que supostamente seriam inexistentes no estágio pré-operatório (ou do pensamento intuitivo), segundo a teoria de Piaget. Gelman e Gallistel (1978, citados em Nunes & Bryant, 1997) dirigiram uma série de estudos relevantes, em que investigaram algumas capacidades do pensamento das crianças que seriam supostamente inexistentes, segundo as descrições dos estádios de Piaget. Em relação ao conceito do número e à suposta incapacidade para lidar com a abstração do cálculo, Gelman e Gallistel (1978, citados em Baroody, 2002) descobriram que crianças em idade pré-escolar aplicam “princípios” (contar com êxito implica a coordenação de cinco princípios) que regem a contagem, como por exemplo, o “princípio da ordem estável”. A observação de “erros” na contagem das crianças, tais como inventar a sua própria lista de números, segundo estes autores, pode ser comparada com os erros das crianças ao adquirirem a linguagem (e.g. “fazi pães”): ambos resultam de uma regra regida pela lógica e construída pela criança a partir do uso de normas abstratas para falar e para contar.

Como conceptualizam Nunes e Bryant (1997), influenciados pelas ideias de Vergnaud, existem três facetas diferenciadas nos conceitos matemáticos – as invariáveis lógicas; os sistemas convencionais; as exigências de situações diferentes – sendo cada uma das mudanças em conceitos matemáticos específicos o resultado da transformação em uma ou outra destas facetas ou até da interação entre elas. Neste contexto, o desenvolvimento matemático da criança não pode ser reduzido às transformações lógicas que ocorrem no raciocínio da criança, como pretendeu Piaget, mas também não podemos cair no extremo oposto e afirmarmos que o desenvolvimento lógico não existe. Hoje, parece haver um consenso relativo aos resultados que entrelaçam o domínio das operações lógicas de Piaget e os desempenhos aritméticos. Por exemplo, Verschaffel e De Corte (1996, citados em Moreira & Oliveira, 2003) referem que:

De forma interessante, os resultados mostram que as práticas significativas nas atividades de contagem conduzem a melhoramentos nos desempenhos, não só na numeração e capacidades aritméticas, mas também nas operações lógico-matemáticas. Consequentemente, o treino explícito nas operações lógicas tem-se tornado menos importante no currículo matemático da educação pré-escolar, enquanto que explorar e cultivar as capacidades informais de contagem das crianças é atualmente considerado como um aspeto essencial no desenvolvimento dos conceitos iniciais de número. (p. 42)

Na mesma linha, Walle (1990, citado em Moreira & Oliveira, 2003) afirma que “a capacidade de realizar tarefas lógicas de classificação, tais como identificar grupos com uma característica comum, não parece ser um pré-requisito para o significado da contagem” (p. 42).

O debate sobre estas questões despertou o interesse por investigar a importância de outros aspetos no desempenho de tarefas matemáticas, nomeadamente a compreensão de termos linguísticos, os efeitos da interação social, as características percetuais dos instrumentos e a familiaridade da situação experimental.

Outros estudos sobre o conhecimento matemático das crianças têm sido realizados, dando ênfase aos aspetos sociais e culturais. A teoria do desenvolvimento sócio-cultural de Vygotsky (1998) assume que, para que o desenvolvimento aconteça, deve existir uma interação social e a participação da criança em atividades reais ligadas à cultura do seu tempo. Daí que sejam importantes as variações sócio-culturais, que a linguagem e o jogo sejam centrais no desenvolvimento e que a educação seja o motor vital desse processo. Vygotsky considera que as funções mentais mais elaboradas têm origem social, sendo as pessoas produtos dos seus mundos sociais e culturais. A educação tem um papel fundamental na condução da criança ao longo do seu caminho de desenvolvimento até ao estado adulto.

Partindo de uma linguagem de Vygotsky (1998) podemos falar de uma “linha natural” e de uma “linha cultural” no desenvolvimento do conhecimento matemático, incluindo a última não apenas a aprendizagem e utilização dos sistemas matemáticos convencionais, mas também as interações e as situações nas quais essas ocorrem. Foi neste enquadramento teórico que Ginsburg e colaboradores (1983, citado em Gaspar, 2001, p. 238) propuseram a existência de três sistemas cognitivos no conhecimento matemático:

- ✓ O sistema 1, denominado de “natural” corresponde aos aspetos que se desenvolvem independentemente das informações e técnicas específicas transmitidas pela cultura e por emergir fora da escolaridade formal, é também classificado de “informal”;
- ✓ O sistema 2, denominado de “informal”, por acontecer fora do sistema de instrução formal, mas é também “cultural” pois utiliza os sistemas convencionais e depende da transmissão social (adultos, livros, televisão, etc.);
- ✓ O sistema 3, denominado de “formal” por ser ensinado sistematicamente nos contextos escolares. Este sistema é também “cultural” por envolver sistemas de signos socioculturalmente criados.

Estas posições teóricas, a de Nunes e Bryant e a de Ginsburg e colaboradores, procuram conciliar os dois grandes extremos em que podem clarificar as teorias sobre o desenvolvimento numérico inicial: as que dão ênfase ao raciocínio lógico e as que defendem as habilidades de quantificação, nas quais a contagem se situa como aptidão mais básica e primária.

Relacionando estes aspetos dos conceitos matemáticos, atrás referidos, Nunes e Bryant (1997) referem que antes de ser ensinado um conceito matemático às crianças elas já sabem algo sobre ele. Pretendem assim demonstrar que o ponto de partida do desenvolvimento de qualquer conceito matemático é a existência de alguma compreensão das relações básicas (invariáveis lógicas) que fazem parte do conceito, variando o desenvolvimento posterior em função da natureza do conceito, da aprendizagem dos sistemas convencionais implicados e das situações nas quais as crianças o utilizam. A posição é a de reconhecer a importância das mudanças desenvolvimentais lógicas, mas reconhecendo também a importância dos sistemas convencionais e das situações em que as crianças utilizam a lógica e os sistemas socioculturalmente transmitidos. Sendo assim, o sucesso ou o fracasso de uma criança numa tarefa matemática não é apenas uma questão de a criança dominar ou não uma determinada habilidade lógica, mas da própria representação que a criança tem dessa mesma situação, o que a pode conduzir a não utilizar o conhecimento lógico requerido,

mesmo que o possua. Esta posição encontra-se no cerne dos estudos sobre a “matemática de rua” (Carraher et al., 1999).

Embora a maior parte da investigação sobre o conhecimento matemático das crianças pequenas se tenha centrado em redor do conceito de número e das operações lógicas, nos últimos anos têm-se assistido a um investimento na investigação sobre as conceções espaciais destas, tendo como base os estudos piagetianos ou teorias de Van Hiele e Freudenthal.

Para Freudenthal (1973) a geometria é essencialmente conhecer o espaço “em que a criança vive, respira e se movimenta. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, a explorar, a conquistar, de modo a conseguir viver, respirar e movimentar-se” (p. 403).

Piaget e Inhelder (1981), defendiam que as relações espaciais se constroem progressivamente de acordo com dois planos distintos: o percetivo ou sensório-motor e o representativo ou intelectual. Distingua entre “percepção”, que é definida como o conhecimento de objetos resultante do contacto direto com eles e “representação” que comporta a evocação de objetos na sua ausência. Consideravam que as crianças construíam desde muito cedo o espaço percetual mas só mais tarde formavam ideias sobre o espaço representacional. Por exemplo, os autores descrevem que as crianças do período pré-escolar distinguem características como “aberto” e “fechado” mas só mais tarde são capazes de distinguir o quadrado do losango. Esta situação traduz dois aspetos distintos: primeiro é necessário traduzir as percepções táteis em percepções visuais e depois construir uma imagem visual para exprimir os dados táteis e os resultados da exploração. Em cada um dos períodos de desenvolvimento (percepção e representação) estes autores distinguem uma progressiva diferenciação das propriedades geométricas, começando pelas relações topológicas, isto é, as propriedades globais independentes do tamanho e da forma (proximidade, separação, ordem, envolvimento e continuidade), passando para as relações projetivas que pressupõem a capacidade de prever o aspeto de um determinado objeto visto sob diversos ângulos, e as relações métricas que relacionam tamanhos, distâncias e direções e que conduzem à medição de distâncias, de ângulos, áreas e outros.

Para Van Hiele (1999) a aprendizagem da geometria desenvolve-se em cinco níveis sequenciais de compreensão - visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor – sequenciais e interdependentes, isto é, o sucesso num nível depende da aquisição do pensamento geométrico característico do nível anterior. Decorrente desta teoria, outras investigações foram desencadeadas, nomeadamente as de Clements e Baptista (1991, citados em Moreira & Oliveira, 2003) que salientam que a compreensão que as crianças têm das formas e do espaço depende das oportunidades que as mesmas tiveram em as explorar.

Ponte e Serrazina (2000) referem que a geometria pode ainda constituir um tema unificador na aprendizagem da matemática, uma vez que “fornece formas de representação com forte apelo visual para vários tópicos da Matemática” (p. 165). De facto, a visualização espacial tem sido enfatizada por vários autores pela sua importância na apropriação de conceitos matemáticos, como por exemplo nas representações numéricas, nas contagens visuais (*subitizing*), na exploração de padrões, na compreensão de frações e números decimais.

Sobre a visualização espacial, Fennema e Behr (1980) enfatizam a sua importância, particularmente na aprendizagem da geometria e da matemática em geral nos primeiros anos “por causa da ênfase dada à concretização e às representações icónicas espaciais” (p. 329). A visualização espacial engloba um conjunto de capacidades relacionadas com a forma como as crianças percebem o mundo que as rodeia, interpretando, modificando, e antecipando transformações dos objetos (Matos & Gordo, 1993). Os autores Matos e Gordo, adotando as ideias de Del Grande (1990, citado em Matos & Gordo, 1993) apresentam sete capacidades de visualização espacial: 1) coordenação visual-motora - capacidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo; 2) memória visual - capacidade de recordar objetos que não estão visíveis; 3) percepção figura-fundo - capacidade de identificar um componente específico numa determinada situação e envolve a mudança de percepção de figuras contra fundos complexos, como por exemplo procurar figuras imersas noutras; 4) constância perceptual - capacidade de reconhecer figuras geométricas em diversas posições, tamanhos, contextos e texturas; 5) percepção da posição no espaço - capacidade para distinguir figuras iguais, mas colocadas em

orientações diferentes; 6) percepção de relações espaciais - capacidade de ver e imaginar dois ou mais objetos em relação consigo próprios ou em relação connosco; 7) discriminação visual - capacidade para identificar semelhanças ou diferenças entre objetos.

Também o NCTM (2000) considera a visualização espacial um aspeto fundamental no ensino e aprendizagem da geometria, nomeadamente na resolução de problemas.

Similarmente, a apropriação do sentido de medida pelas crianças tem sido um dos aspetos que tem suscitado interesse nos investigadores. Por exemplo, Piaget e Inhelder (1971) referem que a aquisição do conceito de medida é um processo complexo, já que exige a compreensão de um conjunto de conceitos e de procedimentos, bem como a escolha das unidades apropriadas para uma tarefa e, ainda, o conhecimento do processo de medir. Para estes autores, o ato de medir envolve três componentes: a conservação, a transitividade e a unidade. Nesta linha, Nunes e Bryant (1997) referem que medir implica a aquisição de dois princípios essenciais: a inferência transitiva e a compreensão da ideia de unidade. No que refere à “unidade de medida”, Ponte e Serrazina (2000) consideram cinco passos no domínio deste conceito: ausência de unidade (comparação direta de dois objetos); unidade ligada a um objeto (unidade relacionada com um só objeto); unidade ligada à situação (unidade dependente do objeto a medir); unidade figural (unidade relacionada com as características físicas do objeto, por exemplo um objeto pequeno é medido com uma unidade pequena e um objeto grande com unidades grandes) e; unidade propriamente dita (unidade independente da figura ou do objeto, sendo usada a mesma unidade para medir todos os objetos).

A atividade de medir pode assim integrar a aplicação de um leque de conceitos como o número, forma, espaço, localização. Exige ainda a familiarização com a linguagem usada para descrever as relações (por exemplo, mais comprido, mais leve, mesma altura,...) que consequentemente vai sendo dominada à medida que se descrevem comparações entre objetos e que se utilizam os termos para designar aspetos quantitativos da medição como, altura, comprimento, peso e outros.

Recentemente também se realizaram diversos estudos sobre a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico nas crianças em idade pré-escolar (e.g. Taylor-

Cox, 2003), os quais enfatizam que a álgebra nos primeiros anos estabelece as necessárias bases para as presentes e futuras aprendizagens matemáticas. Esta ideia também é preconizada pela Nacional Association for the Education of Young Children (NAYEC) e pelo NCTM os quais referem que se devem promover, desde cedo, as atividades que envolvem o pensamento algébrico, pois além de constituírem uma matemática acessível, motivadora e desafiante, promovem experiências iniciais com grande qualidade (NAYEC e NCTM, 2002, p.1). Um dos principais conceitos a explorar com as crianças pequenas para o desenvolvimento do pensamento algébrico é o de padrão. Explorar padrões aumenta o natural interesse da criança pela matemática e a sua disposição para usá-los, dando assim sentido ao seu mundo físico e social (NAYEC & NCTM, 2002). Como refere Taylor-Cox (2003) os padrões são a pedra angular do pensamento algébrico, pois é através da resolução de problemas de padrão – “reconhecer, descrever, continuar e traduzir” (NCTM, 2000, p. 90) - que as crianças identificam relações, encontram conexões e fazem generalizações.

Como referem os autores Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006), “o conceito de padrão tem-se revelado bastante fluído, com definições muito díspares, consoante a utilização que é pretendida” (p. 195). Na realidade, o conceito de padrão tem sido utilizado com diferentes significados que podem ir de aspetos mais abrangentes como uma disposição ou arranjo particular de formas cores ou sons, sem uma regularidade evidente, até a arranjos com evidências de regularidades, por exemplo através da simetria ou repetição. No entanto, para Orton (1999), embora a ideia de repetição seja importante, ela em si própria torna-se restritiva, sendo que o conceito de padrão em geometria deve incluir também ideias relacionadas com o reconhecimento de formas, congruência e semelhança. De um modo mais abrangente, Devlin (2002), referindo-se aos padrões analisados em matemática, menciona:

O que um matemático faz é examinar “padrões” abstratos - padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Estes padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse mais recreativo. Podem surgir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das actividades mais ocultas da mente humana. (p. 9)

Embora os vários autores se coloquem em diferentes visões, umas mais restritivas outras mais amplas, pode-se, no entanto, inferir que “ao conceito de padrão estão associados termos tais como: regularidade(s), sequência, motivo, regra e ordem” (Vale et al., 2006, p. 195).

Em Portugal, nas OCEPE a importância dos padrões são salientados como forma de desenvolver o raciocínio lógico (ME-DEB, 1997). Também Barros e Palhares (1997) enfatizam a sua importância para o desenvolvimento do raciocínio lógico, pois consideram ser um veículo para que as crianças generalizem localmente, realçando, ainda, a sua importância na resolução de problemas. No entanto, Vale et al. (2006), baseando-se nas ideias de Threlfall (1999) referem que para além do raciocínio lógico, os padrões são também importantes na exploração de outros conteúdos e constituem uma base para a futura aprendizagem da álgebra.

No pré-escolar, o tipo de padrões a explorar devem ter por base regras lógicas de formação, podendo ser repetitivos ou não (Barros & Palhares, 1997). Assim, pode-se considerar vários tipos de exploração, às quais podem estar associadas características como cor, forma, som, posição, movimento, etc., que garantem múltiplas possibilidades de concretização. Por exemplo, Palhares e Mamede (2001) consideram vários tipos de exploração para este nível de ensino: a) as que têm por base a articulação das diferenças e semelhanças, com uma componente de repetição com alternância única (tipo ABABA...); b) as que têm por base uma componente de progressão aritmética (tipo ABAABAAAB...); c) as que têm uma componente de simetria (tipo ABABBABA); d) as que apresentam uma segunda dimensão (tipo ABABAB - BABABA - ABABAB - ...); e) e ainda, as que têm progressão sem alternância. Estes serão os padrões mais difíceis, mas exequíveis no final do pré-escolar e com amplo alcance no que refere à matemática, pois neles estão subjacentes níveis mais elevados de abstração.

Importa salientar também a ideia de que na exploração de padrões existe uma componente emocional forte, associada ao “entusiasmo na descoberta de uma ordem, de uma previsão, da relação funcional que antes estava escondida” (Vale et al., 2006, p. 208). Assim, o trabalho com padrões torna a aprendizagem da matemática mais significativa,

mais motivadora e envolvente, melhorando desta forma capacidades e competências das crianças.

Em suma, os diversos estudos realizados no âmbito do conhecimento matemático das crianças em idade pré-escolar mostram que este resulta de variáveis de natureza cognitiva, social e cultural. Estas conclusões deverão refletir-se nas finalidades e práticas educativas, sendo pertinente alargar o leque de experiências a proporcionar às crianças de um modo contextualizado, lúdico, motivador, de acordo com as suas necessidades e desencadeador de aprendizagens significativas. Para isso, os educadores deverão revestir-se de um conhecimento matemático rigoroso e consistente, quer em relação aos conteúdos, quer em relação à sua didática.

As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

Nas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME-DEB, 1997), a referência e a especificação de “áreas de conteúdo”, em lugar dos tradicionais domínios de desenvolvimento, constitui uma característica marcante deste documento, sendo um dos pressupostos teóricos de base o reconhecimento da indissociabilidade do desenvolvimento e da aprendizagem, expresso na assunção de que é através da aquisição de “conteúdos” com pertinência sociocultural, de instrumentos “simbólico-culturais”, que a plena inserção da criança na sociedade “como ser autónomo, livre e solidário” será possível. É visando esta inserção que a educação pré-escolar deve “desenvolver a expressão e a comunicação através de linguagens múltiplas como meios de relação, informação, de sensibilização estética e de compreensão do mundo”. De onde a matemática como linguagem, como um domínio da área de conteúdo da Expressão e Comunicação, como sistema simbólico-cultural, como meio de relação e de expressão que permite à criança dar sentido ao mundo (Gaspar, 2005). Esta é uma perspetiva matemática como meio de comunicação, como ferramenta de pensamento que as crianças têm de utilizar para compreenderem o mundo que as rodeia, e que, embora não exclua a aprendizagem de operações aritméticas, estende-se muito para além dela. A aprendizagem da matemática faz-se na complexa estrutura social em que as crianças

interagem e se contextualizam, tendo os adultos um papel central nesta aprendizagem. Nesta perspectiva, a matemática é considerada como uma forma de linguagem fundamental para a expressão e comunicação da criança, essencial para que esta possa ser um membro integrado da sociedade e dar sentido ao mundo que a rodeia.

Neste documento, o Domínio da Matemática elege a construção de noções matemáticas a partir das situações do quotidiano, cabendo a educador apoiar o desenvolvimento do pensamento lógico matemático, intencionalizando momentos de consolidação e sistematização de noções matemáticas. Estes momentos são proporcionados através de experiências diversificadas que privilegiam: a classificação, a formação de conjuntos, a seriação e ordenação, a formação de padrões, a medida, o número, o espaço e o tempo. Aconselha os educadores a adotarem uma metodologia assente na resolução de problemas que permita que as crianças encontrem as suas próprias soluções, que as debatam com os seus pares, num pequeno grupo, ou mesmo com todo o grupo, apoiando a explicitação do porquê da resposta e estando atento a que todas as crianças tenham oportunidade de participar no processo de reflexão. Neste processo de resolução de problemas não se trata de apoiar as soluções consideradas corretas, mas de “estimular as razões da solução, de forma a fomentar o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico. O confronto das diferentes respostas e formas de solução permite que cada criança vá construindo noções mais precisas e elaboradas da realidade.” (ME-DEB, 1997, p. 78).

Para concretizar a significatividade das aprendizagens, o educador deve partir sempre do que a criança já sabe e proporcionar experiências que desenvolvam a sua capacidade de resolver problemas e que ajudem a construir a matemática a partir de situações geradas no contexto das experiências do dia-a-dia. Tarefas desafiadoras e o recurso a materiais manipuláveis e aos instrumentos tecnológicos constituem ferramentas essenciais que ajudam a desenvolver a capacidade de pensamento das crianças.

Para selecionar as competências matemáticas essenciais adequadas às crianças com as quais os educadores trabalham, “é necessário ter em conta aquilo que se sabe

sobre o modo como os alunos aprendem e, em particular como aprendem matemática.” (Abrantes et al., 1999, p. 23).

A competência matemática está relacionada com as atitudes, as capacidades e os conhecimentos relativos à matemática de uma forma integrada, não limitado apenas a uma área disciplinar, mas inscrita numa visão transdisciplinar que se apoia na conceção do desenvolvimento global dos indivíduos e na construção articulada do saber.

Também neste contexto, as Brochuras publicadas pela DGIDC, em 2008, para a educação pré-escolar elegem uma abordagem articulada com todas as áreas e domínios do conhecimento. No que refere à matemática estas publicações sugerem alguns conceitos matemáticos a desenvolver e a explorar com as crianças. Na brochura “Sentido de número e organização de dados” as tarefas a propor às crianças deverão abordar os seguintes tópicos: contagem oral; contagem de objetos; construção de relações numéricas; emergência das operações; representações; recolha de dados; classificação; e a representação e interpretação de tabelas e gráficos. A brochura “Geometria” realça os seguintes tópicos: orientar (localizar e tomar um ponto de vista); construir (com materiais diversos, com materiais de geometria, com papel); operar com formas e figuras; geometria e medida; geometria e padrões. Estas Brochuras constituíram-se como ferramentas importantes pois ajudam a operacionalizar as conceções didáticas e curriculares das OCEPE.

A definição de Metas de Aprendizagem (finais) para a educação pré-escolar (ME-DGIDC, 2010) explicitam as “condições favoráveis para o sucesso escolar”, referidas nas OCEPE (ME-DEB, 1997), facultando um referencial comum que se pretende que seja útil aos educadores no planeamento da sua ação, de modo a que todas as crianças tenham oportunidade de realizarem essas aprendizagens antes de entrarem para o 1º ciclo. No que refere à matemática, são explicitadas trinta metas em torno de três grandes temáticas: Números e Operações; Geometria e Medida; Organização e Tratamento de Dados. É pressuposto que as capacidades transversais como a resolução de problemas e a comunicação das ideias se desenvolvam de um modo integrado nos diferentes temas.

Resolução de Problemas em Matemática

A importância da resolução de problemas na educação tem sido enfatizada, desde as últimas décadas do século XX, por psicólogos, matemáticos e educadores e por vários documentos programáticos nacionais e internacionais.

Diz-se que a “era da resolução de problemas” iniciou com as recomendações do National Council of Teachers of Mathematics (NTCM, 89/91), nas quais se expressa que a resolução de problemas deve ser o “foco” da matemática escolar. Este documento vai mais longe quando afirma que é um processo através do qual se aplicam os conhecimentos previamente adquiridos às novas situações e que não deve ser mais um conteúdo a explorar, mas sim “um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas” (p. 29).

Destaca-se também a posição da UNESCO que, através da Declaração Mundial sobre Educação para Todos (ME, 1991), refere explicitamente que a resolução de problemas é um instrumento de aprendizagem essencial, tal como a leitura, a escrita e o cálculo, e que além dos conhecimentos também as capacidades, os valores e as atitudes constituem as bases da aprendizagem.

Em Portugal, esta perspetiva tem sido também destacada, desde a década de 90, nos programas e orientações curriculares, no âmbito do ensino da matemática, em toda a educação básica.

No que refere à primeira etapa da educação básica, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME-DEB, 1997) destacam a transversalidade da resolução de problemas e referem que esta “constitui uma situação de aprendizagem que deverá atravessar todas as áreas e domínios em que a criança será confrontada com questões que não são de resposta imediata, mas que a levam a refletir no “como” e no “porquê” (p. 78). Este documento recomenda aos educadores de infância que na sua intervenção educativa proponham situações problemáticas que desafiem as crianças a refletirem, a apresentarem as suas soluções, a debaterem e a comunicarem aos seus pares, fomentando assim o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico.

Importa que o educador proponha situações problemáticas e permita que as crianças encontrem as suas próprias soluções, que as debatam com outra criança, num pequeno grupo, ou mesmo com todo o grupo, apoiando a explicitação do porquê da resposta e estando atento a que todas as crianças tenham oportunidade de participar no processo de reflexão. (p. 78)

A Associação de Professores de Matemática, APM (1998), dava também grande relevância a este tipo de trabalho ao recomendar que “a prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos (nomeadamente, resolução de problemas e atividades de investigação) e que diversifiquem as formas de interação na sala, criando oportunidades de discussão entre alunos, de trabalho de grupo e de trabalho de projeto” (p. 44).

No Currículo Nacional para o Ensino Básico – Competências Essenciais (ME-DEB, 2001) a resolução de problemas situa-se numa conceção dinâmica e insere-se nas experiências de aprendizagem a proporcionar aos alunos, “associada ao raciocínio e à comunicação”, sendo assim entendida como um “contexto universal de aprendizagem”(p. 68). Ainda neste documento, a resolução de problemas é considerada como o processo que faz com que o aluno tenha uma atitude ativa na sua aprendizagem o que o leva a explorar, a levantar questões, a mobilizar conhecimentos adquiridos e a descobrir novos conceitos:

A resolução de problemas coloca o aluno em atitude ativa de aprendizagem, quer dando-lhe a possibilidade de construir noções como resposta às interrogações levantadas (exploração e descoberta de novos conceitos) quer incitando-o a utilizar as aquisições feitas e a testar a sua eficácia. (ME-DEB, 2001, p. 170)

Recentemente, o novo Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007), reajustando os programas em vigor, dá ênfase a três capacidades consideradas transversais para a aprendizagem da matemática: *a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação*. A *resolução de problemas* é assumida como uma capacidade matemática fundamental, pela qual se espera que os alunos resolvam problemas em vários contextos, que explorem estratégias variadas e que reflitam e discutam as suas soluções e processos. Neste contexto, espera-se que os alunos construam argumentos que justifiquem as suas ideias, processos e resultados, desenvolvendo assim o seu *raciocínio matemático*. Na *comunicação matemática* é

expectável que os alunos expressem as suas ideias, recorrendo à linguagem natural e simbólica e que sejam também capazes de compreender e interpretar as ideias que lhes são apresentadas.

Na mesma linha, a brochura *A Experiência Matemática no Ensino Básico* (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008) realça a resolução de problemas como um processo matemático transversal de importância crucial para a aprendizagem da matemática, a par de outros processos como: as conexões matemáticas, a comunicação matemática e argumentação. As autoras sustentam a ideia de que ensinar matemática através da resolução de problemas favorece a comunicação, possibilita fazer conexões com vários temas matemáticos e com outras áreas curriculares, desenvolve o raciocínio e apresenta a matemática como uma disciplina com utilidade no dia-a-dia dos alunos.

Muito embora vários autores tenham definido resolução de problema de modo diferente, conforme a ênfase em aspetos mais amplos e globais ou mais específicos do processo de aprendizagem, existe entre eles uma ideia convergente: se não houver um obstáculo não há um problema e a resolução do mesmo é o conjunto de ações para ultrapassar esse obstáculo.

Num contexto social resolver problemas significa identificar e descobrir estratégias eficazes para ultrapassar obstáculos e resolver conflitos com os quais um indivíduo se confronta no seu quotidiano. Para isso, ele necessita de apropriar-se de ações tais como analisar, questionar, procurar estratégias, formular conjecturas e tomar decisões. Estamos, então, perante um “processo cognitivo de aprendizagem” no qual os indivíduos têm que mobilizar os seus conhecimentos, aplicá-los em novas situações e tomar decisões, adquirindo assim novos conhecimentos que lhes permite enfrentar e resolver problemas semelhantes (Vale & Pimentel, 2004, p. 11).

Sobre a temática Rogoff (1993) diz-nos que cognição e pensamento se definem, em termos gerais, como resolução de problemas e acentua a natureza ativa do pensamento. Ao mesmo tempo destaca a ideia de que é imprecisa a distinção entre processos cognitivos, afetivos e sociais porque pensar, sentir e atuar estão integrados. Destacando o papel que desempenha o mundo social, a autora refere que a resolução de

problemas não é cognição “fria”, mas sim implica, pela sua própria natureza, emoções relações sociais e uma estrutura social.

Num contexto de educação matemática resolver problemas, embora assuma aspetos mais específicos, não é muito diferente uma vez que envolve um conjunto de elementos, tais como: a organização dos dados, a formulação de questões, a estimação dos resultados, a procura de estratégias adequadas, as formas de representação, a mobilização de vários conhecimentos, a argumentação e a comunicação. Além disso, proporciona situações diversificadas e motivadoras que desenvolvem a autonomia, o sentido crítico, o espírito de pesquisa e a cooperação. Em educação matemática a resolução de problemas desencadeia o desenvolvimento de processos e capacidades de pensamento necessárias para a formação global dos alunos dotando-os, assim, de um conjunto de ferramentas necessárias para resolver os problemas do seu quotidiano.

Em educação matemática a expressão “resolução de problemas” carrega hoje várias vertentes e assume pois um carácter muito abrangente. Também é visível a evolução que o próprio conceito tem sofrido passando sucessivamente de um conteúdo matemático a um objetivo do ensino da matemática até a um contexto de aprendizagem.

Vale e Pimentel (2004) definem três perspetivas sobre as quais se pode encarar a resolução de problemas: como um processo, como uma finalidade e como um método de ensino. Sobre esta ideia as autoras enfatizam:

Entendemos que a resolução de problemas é encarada segundo três perspetivas – por um lado, como um *processo*, quando pretendemos dotar os alunos com estratégias de resolução tornando-os solucionadores cada vez mais aptos de problemas; é também uma *finalidade*, quando tentamos atender aos aspetos matemáticos como explorar, questionar, investigar, descobrir e usar raciocínios plausíveis; e, por fim, é um *método* de ensino, que surge para introduzir conceitos envolvendo exploração e descoberta, de acordo com as finalidades do ensino da matemática e de factos, conceitos e procedimentos matemáticos. (p. 11)

Todavia, qualquer que seja a posição tomada, a resolução de problemas adquire um papel relevante no desenvolvimento de capacidades dos alunos, sobretudo na educação básica, pois além de ter uma dimensão transversal, ela tem uma dimensão global na formação dos alunos (Vale, 1997).

As tarefas em matemática

As tarefas propostas pelos professores desempenham um papel fundamental na prática docente e na aprendizagem da matemática dos alunos (Doyle, 1988; Vale, 2012). As tarefas são assim “motores” (Bispo, Ramalho & Henriques, 2008) que promovem a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento matemático. A forma como a tarefa aparece desenhada é uma determinante central do processo de aprendizagem. Na sua prática educativa o educador intencionaliza a sua ação recorrendo a vários tipos de tarefa que se pretende que sejam desafiantes e criativas. O “êxito” de uma tarefa depende, em grande parte, da exploração que dela faz o professor. A questão surgida oportunamente, o porquê colocado no momento certo, o remeter a resposta de uma criança para outra criança, a orientação e não a explicação, são aspetos que condicionam positivamente o desenvolvimento das tarefas. De facto, o questionamento, nomeadamente a sua orientação é um fator crucial para a aprendizagem dos alunos (Vale, 2009). Este deve ser sistemático, em tom de desafio e que promova a argumentação e a explicitação das suas ideias. A escolha das tarefas é por vezes difícil e exige do professor um conhecimento sólido e rigoroso quer dos conteúdos e da sua didática, quer ainda dos alunos, pois não basta selecionar boas tarefas, é preciso, também, ter atenção ao modo de as propor e de conduzir a sua realização na sala de aula. Menos importante é criação de contextos verdadeiramente significativos, que tenham a ver com as realidades das crianças e com as suas motivações e interesses, pois para que as crianças aprendam é necessário que estejam emocionalmente envolvidas nos contextos a partir dos quais emergem as tarefas.

Para Laevers (1994) o envolvimento é uma qualidade da atividade humana, sendo a motivação uma das suas características predominantes. Nas investigações que levou a cabo com crianças pequenas, o autor elegeu alguns comportamentos que indicam quando uma criança está envolvida, como: a) está atenta e sensível aos estímulos; b) investe energicamente nas tarefas; c) mobiliza as suas capacidades cognitivas e outras; d) é persistente pois a atividade dá-lhe prazer; e) demonstra grande satisfação perante os resultados alcançados. Segundo o autor, o envolvimento leva a que a criança ganhe uma experiência de aprendizagem profunda, motivada, intensa e duradoura. Para isso, as

tarefas propostas não devem ser demasiado fáceis ou demasiado difíceis. Para haver envolvimento a criança tem de funcionar no limite das suas capacidades, ou seja na Zona de Desenvolvimento Próxima (ZDP) (Vygotsky, 1998).

A tarefa pode ser da iniciativa do professor ou do aluno ou ainda resultar de um processo partilhado entre o professor e o aluno (Ponte, 2005). As tarefas podem ser apresentadas de um modo explícito ou ir sendo construídas implicitamente à medida que se vão desenvolvendo. Stein e Lane (1996) definem duas dimensões chave na influência das tarefas no processo da aprendizagem: a primeira diz respeito à intensidade com que a tarefa conduz à utilização de variadas estratégias de resolução, encoraja várias representações e exige explicitação do raciocínio dos alunos; a segunda relaciona-se com o nível e o tipo de exigência cognitiva. No mesmo sentido, também Ponte (2005) propõe duas dimensões fundamentais das tarefas: o grau de desafio matemático e o grau de estrutura. O grau de desafio matemático está relacionado com o processo de resolução e da dificuldade que o mesmo impõe, podendo ser reduzido ou elevado se o aluno conhecer ou não esse processo. O grau de estrutura relaciona-se com o grau de explicitação ou indeterminação das questões podendo ser consideradas respetivamente fechadas ou abertas. No cruzamento destas duas dimensões, Ponte (2005) apresenta-nos quatro tipos de tarefas: a) exercício – tarefa fechada, desafio reduzido; b) problema - tarefa fechada, desafio elevado; c) exploração - tarefa aberta, desafio reduzido; e d) investigação – tarefa aberta, desafio elevado.

Segundo Stein e Smith (2009) as tarefas são o suporte das aprendizagens dos alunos pois conduzem ao pensamento e raciocínio, permitem conexões entre vários conceitos matemáticos e ao longo do tempo irão proporcionar o desenvolvimento de ideias implícitas sobre a natureza da matemática. Para isso, as tarefas terão que se revestir de diferentes níveis de exigência cognitiva (elevada e reduzida) que conduzem a diferentes modos de aprendizagem. As tarefas de nível elevado favorecem a apropriação de procedimentos que permitem fazer relações com diferentes significados matemáticos, induzem ao uso de diferentes representações e, por isso, dão mais oportunidades aos alunos de se envolverem em processos complexos de pensamento. Contrariamente, as

tarefas de exigência cognitiva reduzida torna o trabalho rotineiro, apelam excessivamente à memorização, são pobres sob o ponto de vista intelectual e desmotivadoras.

Segundo Vale (2012), impõem-se assim ao professor escolher boas tarefas uma vez que a natureza das mesmas condiciona as aprendizagens que se produzem na sala de aula. Uma boa tarefa caracteriza-se por introduzir ideias matemáticas fundamentais, por constituir um desafio intelectual para os alunos, por permitir diferentes abordagens e por ser adequada, relacionando o conhecimento prévio dos alunos com o novo conhecimento mobilizando assim capacidades para resolver a tarefa (NCTM, 2000).

Embora as categorizações apresentadas sejam claras, por vezes, os limites pouco definidos entre conceitos podem gerar alguma confusão. Sendo assim, importa compreender o significado atribuído por vários autores a cada uma destas atividades e clarificar alguma terminologia.

Problemas e investigações

A tradição escolar – e o nosso percurso através dela – abordava os problemas de matemática como “exercícios” sobre os quais se aplicavam regras e cujo resultado poderia estar bem ou mal. Considera-se exercício quando numa tarefa se utilizam procedimentos “rotineiros e familiares” com a ausência de fatores “surpresa” e de reflexão sobre o processo (Vale & Pimentel, 2004, p. 13). Assim, um exercício, por muito complicado que seja, resolve-se confortavelmente por processos mecanizados e repetitivos.

Polya (1980) encara problema como algo que não é imediatamente atingível e que, consequentemente, requer uma procura consciente dos procedimentos a utilizar de forma a atingir o objetivo. Lester (1983) define problema como uma situação na qual o resolvidor quer e tenta encontrar uma solução, embora não tenha nenhum algoritmo disponível para a resolução. Segundo este autor, uma situação deixa de ser problema se não for desejada pelo indivíduo. Mayer (1985, citado em Palhares, 2000) diz haver um problema quando se identificam três características – “dados, objetivos e obstáculos”(p.

89) – e refere que perante uma situação inicial se pretende chegar a um objetivo final sem conhecer um caminho óbvio para o atingir.

Importa também salientar o relativismo implícito na classificação de problema. Assim, se tomarmos como referência a relação do indivíduo com a situação, esta pode ser problema para uns e exercício para outros, e até no mesmo indivíduo pode assumir as duas classificações em fases de aprendizagem diferentes. Como refere Kantowski (1974), “o problema de um pode ser o exercício de outro e a frustração de um terceiro” (citado em Vale & Pimentel, 2004, p. 14). Assim, existe uma série de fatores intrínsecos aos indivíduos que podem condicionar o seu desempenho e influenciar a classificação da situação. Por outro lado, se o foco é a existência ou não de certas características inerentes à tarefa, uma situação é um problema independentemente do indivíduo ou da sua experiência pessoal passada. Assim as tarefas que implicam atividades mentais como a análise e o raciocínio (Smith, 1991, citado em Santos, 2001) são, efetivamente, problemas. Ambos os pontos de vista são pertinentes e devem ser articuladas de modo que se contemple o próprio indivíduo, mas também as características inerentes à tarefa.

Das várias definições de problema pode-se sintetizar que estamos perante um problema quando numa situação inicial não temos um procedimento óbvio a aplicar e para ultrapassar este obstáculo, temos que encontrar através da análise e do raciocínio os procedimentos adequados para alcançar a situação final pretendida.

Podemos encontrar na literatura sobre resolução de problemas várias tipologias de categorização dos problemas que se prendem com múltiplos aspetos, quer sejam inerentes aos processos, quer relacionados com os contextos ou, ainda, com os níveis de ensino a que se destinam. Assumindo a classificação proposta por o GIRP (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas) e explicitado por Vale e Pimentel (2004) podemos encontrar: problemas de processo – aqueles que não se resolvem com a aplicação direta de um algoritmo, mas que necessitam do recurso a várias estratégias para o resolver; problemas de conteúdo – para ser resolvido os alunos terão que mobilizar conhecimentos sobre conceitos, definições, conteúdos programáticos e técnicas; problemas de aplicação – são os que recorrem a dados da vida real, podem ter várias soluções, sendo as questões e as decisões decorrentes da análise de dados; e problemas

de aparato experimental – são os que recorrem à utilização de métodos de investigação próprios das ciências experimentais.

Como já foi referido, a resolução de problemas é recomendada por vários autores e por isso assumindo diferentes formas de a conceber. No entanto, as fases propostas por Pólya, como fio condutor para este processo, são, ainda, hoje assumidas e preconizadas por um grande número de investigadores e são elas: a) compreender o problema; b) estabelecer um plano; c) executar o plano; e verificar. Como refere Borralho (1995) o importante é conceber a resolução de problemas como um processo de pensamento que induz à mobilização das operações básicas do pensar, como a análise, a síntese, a generalização, a abstração e a comparação.

Os processos utilizados pelos alunos para chegar às soluções são e devem ser variados, criativos e adequados, por isso a análise das estratégias utilizadas torna-se fundamental e deve ser o foco da ação do educador/professor. Neste contexto, alguns autores (Vale & Pimentel, 2004; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010) apresentam categorizações para as estratégias que poderão emergir na resolução de um problema, e são elas: descobrir um padrão/descobrir uma regra ou lei de formação; fazer tentativa/fazer conjecturas; trabalhar do fim para o princípio; usar dedução lógica/ fazer eliminação; reduzir a um problema mais simples/ decomposição/ simplificação; fazer uma simulação/ fazer uma experimentação/ fazer uma dramatização; fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema; fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela. Para resolver um problema os alunos recorrem assim a um kit de ferramentas (NCTM, 1991) que os ajudará a explorar esse problema de modos diferentes, sendo que se uma estratégia falhar terão a capacidade de recorrer a outra diferente ganhando assim autoconfiança e autoestima (Boavida et al., 2008). No entanto, não se assume que as mesmas sejam prescritivas, pois os alunos serão capazes de descobrir novas e criativas estratégias e processos de resolução. Cabe então ao educador/professor propor um conjunto de tarefas que provoquem o aparecimento de novas estratégias.

Outro aspeto característico da resolução de problemas e que muitas vezes tem tido pouco reconhecimento é o da formulação de problemas. No entanto, nos últimos anos, alguns autores (e.g. Palhares, 1997; Ponte & Serrazina, 2000; Silver, 1997; Vale,

2012; Vale & Pimentel, 2004) têm vindo a enfatizar a formulação de problemas como uma atividade fundamental que deve ser implementada a par da resolução de problemas. Para Palhares (1997) “a formulação de problemas ocorre quando um indivíduo inventa ou descobre um problema” (p. 167). Na formulação de problemas os alunos, geralmente, são envolvidos em situações da sua realidade social e inventam os seus próprios problemas, usando uma linguagem que lhes é própria dentro de contextos significativos, ou seja, que têm uma relação próxima com o seu quotidiano e com as suas vivências. Ao formular um problema os alunos terão que mobilizar e revizitar todos os conhecimentos, quer no âmbito dos processos, quer no âmbito dos conteúdos envolvidos, contribuindo assim para a compreensão dos conceitos matemáticos e para a criação de novos conceitos (Vale & Pimentel, 2004).

Um conceito muito próximo da resolução de problemas é o da investigação matemática. Estes conceitos têm muitos pontos em comum e muitas vezes são usados de um modo indistinto. Muito embora ambos proporcionem atividades problemáticas que envolvem processos complexos de pensamento, eles têm pontos que os distinguem. Enquanto que na resolução de problemas a questão é especificada e apresentada pelo professor, nas investigações matemáticas as questões são vagas, pouco definidas e transformadas pelos alunos em questões concretas. Por este motivo, as atividades de investigação são consideradas muito mais abertas, com estratégias de sistematização difíceis, contrariamente às heurísticas gerais, que podem ser sugeridas, da resolução de problemas (Pólya, 2003). Outro aspeto que distingue estes dois conceitos é o objetivo final. Assim, enquanto na resolução de problemas toda a “caminhada” converge para uma solução, ou soluções, na investigação a questão é explorada por vários caminhos possíveis podendo, ou não, haver solução. Não se espera que os alunos alcancem a resposta certa, mas sim que explorem todas as possibilidades, formulem questões, façam conjecturas e argumentem perante os outros. Assim, a resolução de problemas é uma atividade convergente, porque se procura um caminho para a solução de um problema enquanto que a investigação é uma atividade divergente pois explora uma questão em todas as direções. (Martins, Maia, Menino, Rocha & Pires, 2002; Ponte, Oliveira, Cunha & Segurado, 1998). De acordo com Pirie (1987, citado em Vale & Pimentel, 2004, p. 14) “o

objetivo é a viagem e não o destino”. Esta ideia é também reforçada por Ernest (1991, citado em Ponte et al., 1998, p. 16) quando afirma que nesta atividade “a ênfase está na exploração de uma terra desconhecida”.

Na tabela seguinte estão ilustradas as diferenças nos papéis dos professores e dos alunos em diferentes abordagens do ensino da matemática, segundo a visão de Ernest (1991, citado por Serrazina, Vale, Fonseca & Pimentel, 2002):

Tabela 1

Papel do professor e do aluno em diferentes abordagens

Método	Papel do professor	Papel do aluno
Descoberta guiada	Formula o problema ou escolhe a situação com o objectivo em mente. Conduz o aluno para a solução ou objectivo	Segue a orientação
Resolução de problemas	Formula o problema. Deixa o método de solução em aberto	Encontra o seu próprio caminho para resolver o problema Define os seus próprios problemas dentro da situação.
Abordagem investigativa	Escolhe uma situação de partida (ou aprova a escolha do aluno)	Tenta resolver pelo seu próprio caminho

Um dos aspetos inerentes a este tipo de tarefa aberta é a comunicação. Num contexto nos quais os alunos imergem num “terreno desconhecido, recolhem dados, detetam diferenças, reconhecem regularidades e padrões, estabelecem analogias ... favorece a formulação de conjeturas, a argumentação e a demonstração” sendo por isso potenciador do desenvolvimento de aspetos ligados à comunicação (Martins et al. 2002, p. 61).

Os padrões e a resolução de problemas

As recomendações para o ensino da matemática preconizados por alguns documentos programáticos e curriculares (ME-DEB, 1997; ME-DGIDC, 2007; NCTM, 1991; 1993; 2000; NRC, 1998) e de alguns autores (e.g. Barros & Palhares, 1997; Cabrita & Ventura, 2009; Orton, 1999; Ponte & Serrazina, 2000; Schoenfeld, 1992; Vale et al., 2006; Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2009) enfatizam a

resolução de problemas como veículo essencial da aprendizagem da matemática em todos os níveis, incluindo o pré-escolar, sendo a procura de padrões uma poderosa estratégia de resolução de problemas.

Segundo Devlin (2002) “a matemática é a ciência dos padrões” (p. 9), porque o que um matemático faz é procurar e examinar padrões no mundo que o rodeia. Considerar a matemática a ciência dos padrões é, na realidade, uma adequada definição, não só porque os padrões se encontram em várias formas no dia-a-dia e ao longo da matemática escolar, mas porque se constitui como um tema unificador (Vale et al., 2006), que permite o estabelecimento de conexões entre diferentes temas da matemática, entre outras áreas de conteúdo e entre situações da vida real. É um facto que as crianças, desde cedo, usam padrões na sua vida. Usam-nos para se organizarem. No seu quotidiano, quando dizem: primeiro tomei o pequeno-almoço, depois lavei os dentes, depois vesti-me, depois vim para o jardim, elas sentem esta regularidade nas suas vidas. Do mesmo modo, quando o educador planifica com elas a rotina do dia, ou da semana, usando vários instrumentos de registo, está a organizar com as crianças o seu mundo. Também sentem os padrões nas lengalengas, nas histórias, na música, no movimento, na observação da natureza (animais, plantas, etc). Assim, deve proporcionar-se ambientes de aprendizagem que tenham algo a ver com a realidade e experiências das crianças, impondo significado e motivação àquilo que aprendem. Como Devlin (1998) refere:

(...) ao longo dos anos a matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentram-se cada vez mais nos números, fórmulas, equações e métodos e perderam de vista o que aqueles números, fórmulas e equações eram realmente e porque é que desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a matemática não é apenas a manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas mas sim a compreensão de padrões - padrões da natureza, padrões da vida, padrões da beleza. (p. 206)

Como sugerem Cabrita e Ventura (2009), desde cedo as crianças devem contactar com uma diversidade de padrões, pois estas experiências além de serem muito motivadoras e apelarem a um forte sentido estético são essenciais no desenvolvimento do pensamento algébrico e no desenvolvimento da criatividade. Segundo estas autoras, as crianças devem ser encorajadas a observar, identificar, continuar, completar e criar padrões e a representá-los, começando a estabelecer conexões entre vários conceitos

matemáticos e iniciando uma abordagem da álgebra de um modo intuitivo e informal. Através da exploração de padrões, as crianças desenvolvem níveis mais avançados de compreensão e desenvolvem o seu raciocínio indutivo, expressando maior segurança na formulação de conjecturas e no estabelecimento de generalizações (Abrantes et al., 1999). Assim, as tarefas de exploração de padrões ao permitir observar, descobrir e comunicar matematicamente, ajuda as crianças a desenvolver capacidades de resolução de problemas.

No conceito de padrão devemos integrar a ideia de repetição e mudança, sendo que num padrão de repetição existe “um motivo identificável que se repete de forma cíclica e indefinidamente” e num padrão de crescimento “cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior” (Vale, 2012). A exploração destes padrões tem uma importância muito relevante na descoberta de conceitos, na resolução de problemas e na promoção do pensamento algébrico.

Vale et al. (2009) apresentam-nos uma visão dialética entre a resolução de problemas e os padrões, pois se a procura de padrões é uma poderosa estratégia de resolução de problemas, também a “resolução de problemas é um poderoso caminho que envolve os alunos na exploração e formalização de padrões, levando-os a conjecturar, a verbalizar relações entre os vários elementos do padrão e a generalizar” (p. 10). A resolução de problemas que mobiliza o trabalho investigativo é uma ótima estratégia de exploração da álgebra, desde o pré-escolar, sobretudo se forem usados problemas significativos. Warren e Cooper (2008, citados em Vale et al., 2009) identificam algumas características no trabalho a ter na sala de aula: a) acreditar que os alunos, desde muito cedo têm capacidades para se envolver em discussões acerca de generalizações e explicitá-las; b) usar materiais que os ajudem a concretizar as suas ideias; c) escolher tarefas adequadas ao seu desenvolvimento; d) promover a partilha de ideias entre alunos; e) colocar questões que incidam na matemática envolvida na tarefa; f) usar uma linguagem explícita que ajude os alunos a dar respostas verbais; g) mobilizar uma variedade de representações para explicitar a mesma ideia; h) encorajar os alunos a visualizar os padrões de diferentes formas; e i) aceitar o erro dos alunos.

Explorar padrões estimula os alunos a procurar regularidades e relações, encorajando-os a generalizar. A generalização, segundo Stacey (1989, citado em Vale et al., 2009) pode ser assumida segundo dois níveis: 1) a generalização próxima, quando numa sequência se descobrem termos muito perto dos que apresentamos, que geralmente envolve relações recursivas e que podem ser obtidos por contagem, desenho, tabela; e 2) generalização distante, quando os termos estão numa posição que dificilmente se podem descobrir por exaustão, que envolve a descoberta do padrão e da lei da formação, que geralmente é representada por uma expressão matemática e que envolve uma relação familiar entre o termo da sequência e a sua posição na sequência. Deste modo, as tarefas com padrões dão aos alunos múltiplas possibilidades para observar, verbalizar e representar as suas próprias generalizações, transferindo-as para uma linguagem mais formal e abstrata de acordo com a sua idade.

Em suma, a exploração de padrões além de favorecer o desenvolvimento de conceitos matemáticos, permite também preparar as crianças para as aprendizagens posteriores, ao promover um pensamento algébrico, e ainda promove o desenvolvimento de capacidades transversais de resolução de problemas, raciocínio e comunicação.

O papel das representações na resolução de problemas

O ato comunicativo pressupõe a troca de mensagens o que implica a existência de algo a comunicar, alguém com quem comunicar e um meio através do qual se comunique (Sim-Sim, Silva & Nunes, 2008). As representações são uma forma de comunicação poderosa que deve ser enfatizada na compreensão matemática dos alunos no que respeita a conceitos, a procedimentos e às relações entre eles (NCTM, 2000). O termo representação pode ser encarado segundo duas perspetivas: como um processo e como um produto. Por um lado, temos um processo quando se refere às estratégias de apreensão de um conceito ou relação, por outro, temos um produto quando se refere à sua forma propriamente dita (Boavida et al., 2008). Na realidade, quer enquanto processo, quer enquanto produto, quer, ainda, seja de um modo convencional ou não convencional,

a capacidade de representar ideias, de as partilhar e compreender, é essencial para a comunicação e compreensão de ideias matemáticas.

As crianças têm modos diversos de expressar as suas ideias matemáticas. Esta disposição inicial para comunicar e interagir com os outros mostrando os resultados do seu trabalho tem um papel importante no desenvolvimento de formas de representação. Como afirma Guberman (1999) “as crianças precisam de construir representações para serem capazes de falar sobre, por exemplo, padrões, compará-los e generalizá-los” (p. 46). Privilegiar a representação matemática, através da criação e do uso de representações para registar e comunicar ideias, do desenvolvimento de vários tipos de representações a usar de um modo flexível e ainda do seu uso na modelação e interpretação de fenómenos físicos, sociais e matemáticos, são aspetos a considerar no planeamento de tarefas (NCTM, 2000).

As representações de ideias matemáticas referem-se não só “a processos observados externamente, como a processos que ocorrem internamente na mente das pessoas que estão a trabalhar em matemática”, sendo estas duas dimensões indissociáveis quando se trata do ensino e aprendizagem da matemática (Boavida et al., 2008, p. 71). Como refere Janvier (1987) uma “representação deve ser a combinação de algo escrito no papel, algo existente na forma de objetos físicos e a construção cuidadosa de arranjos da ideia na mente de alguém” (p. 68).

Sobre as representações Vygotsky (1982, citado em Carruthers & Worthington, 2010) refere que é o significado que é importante não o signo. Por outras palavras, as crianças quando constroem, registam, desenharam, modelam, ..., elas estão a construir o seu pessoal significado do mundo.

Duffy (2004) refere-se às representações como um modo de as crianças comunicarem o seu pensamento criativo. Segundo a autora “as crianças usam as suas representações criativas para comunicar e exprimir os seus pensamentos (...) diferentes formas de representação permitem-lhes abordar os problemas de variadas maneiras e ganhar novos conhecimentos”(p. 132). Estas formas de representação podem ser caracterizadas pelas seguintes ações: i) desenhar uma imagem, esquema ou diagrama; ii) descrever, oralmente ou por escrito, uma experiência; iii) recorrer a jogos dramáticos; iv)

construir modelos usando material manipulável; v) usar o movimento e a dança; vi) pintar; vii) compor uma peça de música.

Clement (2004), influenciada pelos trabalhos de Lesh, Post e Behr (1987), identifica cinco caminhos para representar as ideias matemáticas dos alunos e enfatiza a necessidade de as mesmas serem usadas, não de um modo independente mas articuladas e /ou combinadas entre si e são eles: a) imagens ou desenhos; b) materiais manipuláveis; c) linguagem oral; d) escrita de símbolos; e) situações relevantes. Segundo a autora, as imagens ou desenhos podem ser apresentadas pelo professor com o objetivo de introduzir conceitos ou relações, para provocar discussão acerca de um tópico ou de uma situação matemática ou para relembrar situações já abordadas. Referem-se também a desenhos produzidos pelos próprios alunos, nos quais estão esplanadas as suas próprias ideias. Os materiais manipuláveis referem-se a todo o tipo de objetos que os alunos podem tocar, mover, construir, etc., dando muitas oportunidades de simular situações e de representar as suas ideias. A linguagem oral é um excelente meio para explicitar as ideias, de explicar os raciocínios, de argumentar. A escrita de símbolos refere-se não só à representação de símbolos matemáticos mas também à escrita propriamente dita, como por exemplo: “ $\frac{2}{4}$ ” ou “dois-quartos”. Este tipo de representação é muito mais abstrato que as outras representações. Por isso, deve ser introduzido depois de as crianças terem tido muitas oportunidades de fazerem conexões com os outros tipos de representação. As situações relevantes são muitas vezes, mas não necessariamente, criadas a partir de situações reais que fazem parte do quotidiano das crianças e por isso mais significativas. Podem também ser criadas através de histórias de acordo com os interesses e motivações das crianças.

Boavida et al. (2008), influenciadas pelas ideias de Bruner (1962), apresentam-nos outra tipologia de representações: as representações ativas, as representações icónicas e as representações simbólicas. Como o próprio nome indica, as representações ativas estão associadas à ação, pois partem do pressuposto que o conhecimento se constrói através da ação. São aquelas que estão relacionadas com a simulação de situações e com a manipulação direta com os objetos, quer eles sejam materiais didáticos quer sejam materiais improvisados - como palhinhas, rolhas, tampas, etc -, que favorecem a

formação de modelos elucidativos, concorrendo assim para a construção de conceitos. As representações icônicas distanciam-se mais das situações concretas e físicas baseando-se em esquemas, desenhos, diagramas, imagens para representar conceitos e procedimentos. Estas representações podem ser disponibilizadas ou sugeridas pelo professor ou produzidas espontaneamente pelos alunos. As representações simbólicas são as associadas a produções mais abstratas e formais, traduzidas não só por símbolos e regras que representam ideias matemáticas, mas também por todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras. Segundo as autoras estas diferentes formas de representar devem ser incentivadas pelo professor e encaradas como interdependentes e não de um modo independente e alternativo umas das outras, pois podem ser usadas sob várias combinações ou em simultâneo. É a conexão entre estas diferentes representações que permite a comunicação das ideias matemáticas associadas aos processos de resolução.

Sobre as representações das crianças pequenas, Castro e Rodrigues (2008) enfatizam a oralidade e as representações escritas como um meio de comunicação privilegiado. Sobre o assunto, as autoras referem:

A comunicação oral é um excelente meio de desenvolvimento da linguagem, da criatividade, da organização reflexiva de ideias e dos vários tipos de raciocínio e é uma competência fundamental no desenvolvimento matemático das crianças, mas que se deve alargar para além da oralidade. As representações escritas feitas pelas crianças são também um importante meio de registo e comunicação de ideias, estratégias e raciocínios. (p. 33)

Estas autoras, assumindo a categorização de Hughes (1986) identificam três tipos de representações escritas utilizadas pelas crianças do jardim-de-infância e que estão relacionadas com os diferentes níveis de desenvolvimento, num processo sequencial entre o concreto e o abstrato, sendo: as representações pictográficas - representação próxima do real, geralmente com detalhes, pormenores e contexto; as representações iconográficas - representação mais afastada da realidade com traços, bolas e figuras geométricas; e as representações simbólicas - utilização da simbologia matemática com algarismos e sinais. Estas representações podem ainda ser produzidas pelas crianças combinadas entre si.

Segundo estas autoras, o educador tem um papel essencial no incentivo às representações escritas uma vez que as crianças não tendem a realizá-las espontaneamente. À medida que as crianças se vão ambientando com as suas representações escritas, o educador deve, paulatinamente, confrontá-las com outros modos de representação mais formais utilizando numerais, simbologia e regras matemáticas. Sobre o papel do educador no incentivo às representações, também Carruthers e Worthington (2010) enfatizam a necessidade de, progressivamente, incentivar as representações mais abstratas, pois muitas vezes as crianças investem muito tempo nos seus registos, com pormenores e pinturas, desviando o foco da atividade matemática e transformando-a numa atividade de desenho, ficando assim comprometido os objetivos matemáticos. Segundo estes autores, os educadores devem levar a criança a compreender modos mais eficientes e rápidos de representar as suas ideias matemáticas, tendo porém o cuidado de respeitar o seu ritmo e a sua espontaneidade. Ginsberg (1989) defende que, à medida que as crianças se desenvolvem e têm oportunidade de representar as suas ideias de várias formas e a partilhá-las com os outros, ela vai também progressivamente descartando aquelas que usava anteriormente e a começar a utilizar representações mais eficientes, adequadas e económicas, e que muitas vezes são inesperadas e originais.

Brizuela (2004), num estudo centrado nas representações das crianças na resolução de tarefas matemáticas, concluiu que as crianças inventam os seus próprios caminhos de representação. Permitir que as crianças “escolham o caminho” dá-nos indicação do seu natural desenvolvimento e dos caminhos que sustentam o seu desenvolvimento (Carruthers & Worthington, 2010). Quando observamos os vários registos das crianças no papel, essas marcas representam o seu “sentido de criança”(p. 14) e revelam as suas ideias acerca da matemática.

A diversidade de respostas configuradas em diferentes representações confirma que as crianças pensam de modo muito diversificado, tomando assim decisões também elas muito diversificadas. Assim, as tarefas a propor devem proporcionar às crianças a possibilidade de criarem e usarem diferentes tipos de representações, como por exemplo, materiais e a sua manipulação, a linguagem oral e escrita, gestos, desenhos, símbolos

convencionais ou inventados, esquemas, etc. como forma de favorecer a compreensão. Quando as crianças têm a oportunidade de escolher os seus próprios modos de representação, torna-se fácil aceder às suas ideias sobre a matemática, à sua compreensão sobre conceitos, aos processos de aprendizagem e à natureza de alguma dificuldade (Carruthers & Worthington, 2010).

Neste trabalho optou-se por adotar uma combinação entre a terminologia de Boavida et al. (2008), a terminologia explicitada por Castro e Rodrigues (2008) e a de Clement (2004) por se achar que elas se complementam e enriquecem a análise e compreensão das representações. Assim, por *representações ativas* entendam-se as que recorrem à ação, quer através da dramatização/simulação de situações, quer através da exploração do material manipulável (didático ou improvisado). As *representações escritas* podem ser desenhos, figuras, esquemas, listas organizadas, diagramas ou tabelas, podendo estas conter características pictográficas, quando os elementos representados estão muito próximos do real, características iconográficas quando os elementos representados se afastam do real (traços, bolas, figuras geométricas) e características simbólicas quando envolvem símbolos e regras convencionais. Por fim, as *representações orais* são as que recorrem à oralidade para representar as ideias matemáticas, através da explicação de ideias, de estratégias, de raciocínios e da argumentação (da linguagem natural à linguagem matemática). A figura seguinte ilustra a categorização assumida neste estudo, realçando a articulação entre as diferentes representações.

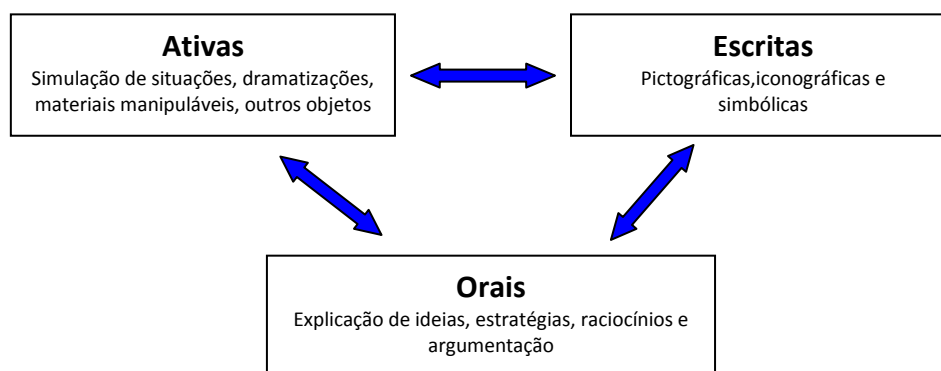


Figura 1. Modos de representação (adaptado de Boavida et al., 2008; Castro & Rodrigues, 2008; Clement, 2004)

Criatividade

Clarificação do conceito de criatividade

A criatividade tem sido objeto de estudo de diversas áreas por isso também surge associada a diferentes sentidos e conceitos, pois cada área estuda a criatividade com a especificidade conceptual e metodológica que cada uma possui.

Embora se possa encontrar referências ao potencial criativo em todas as épocas, foi somente em meados do século XX que se deram as primeiras tentativas científicas de definição e sistematização do conceito de criatividade. Como já foi referido, durante muitos anos a criatividade era considerada um dom remetido apenas para os génios e sobredotados e, quase exclusivamente, limitado às artes (música e pintura). Após a década de 70, e por influência do desenvolvimento da psicologia cognitiva, diversos autores começaram a focar o estudo da criatividade para os processos mentais inerentes às habilidades excecionais, à resolução de problemas e ao processo de tomada de decisões (Sternberg, 2001). Nesta perspetiva, começa-se a assistir a uma investigação focalizada para os componentes do processo criativo e da resolução de problemas, assumindo a criatividade como a descoberta de novas e significativas conexões, o uso de vários pontos de vista e a procura e seleção de alternativas (Isaksen & Parnes, 1985). Ou seja, um processo natural do ser humano o qual perante um problema para o qual não vislumbra uma solução, o mesmo procura soluções possíveis através das suas experiências prévias ou das experiências dos outros, formulando e avaliando hipóteses, modificando-as e comunicando-as (Torrance, 1977).

Vários autores (Csikszentmihalyi, 1988; Gardner, 1997; Isaksen & Parnes, 1985; Torrance, 1977) associam a criatividade à capacidade de o homem produzir resultados de pensamento altamente inovadores, que regularmente resolvem problemas ou definem novas questões, num domínio específico e que eram previamente desconhecidos de quem os produz. Neste contexto, a criatividade pode implicar a generalização de novos sistemas e combinação de informações conhecidas, como também a mobilização de relações conhecidas a novas situações, relacionando-a com a capacidade de produzir

ideias novas, reestruturações, invenções ou objetos artísticos de valor científico, estético ou social.

Csikszentmihalyi (1988) considera que mais importante do que saber o que é criatividade é descobrir onde se encontra e associa a mesma a quatro contextos: Pessoa, Processo, Produto e Contexto Social (meio ambiente). Neste sentido, são enfatizados não só os aspetos como o temperamento, a personalidade, os valores e atitudes, mas também os fatores educativos, sociais, culturais e históricos. Ou seja, a abordagem individual foi substituída por uma visão sistémica do fenómeno da criatividade, sendo necessário ter em conta quer as variáveis internas, quer as externas ao indivíduo, para compreender como, quando e porquê as ideias são produzidas.

Para Barron (1988) os ingredientes da criatividade implicam reconhecer padrões, encontrar associações, assumir riscos, desafiar pressupostos, tirar vantagens da sorte e ver de forma inovadora.

Como refere Duffy (2004) “a criatividade não ocorre no vazio”, ou seja, todo o pensamento criativo tem fontes externas, que podem ser remotas ou recentes, conscientes ou inconscientes sendo que a criatividade consiste em “relacionar e reorganizar a informação oriunda destas fontes (...) de uma forma que seja nova e que faça sentido para o indivíduo em questão” (p. 133). Neste seguimento, a mesma autora refere que a criatividade envolve: a capacidade de ver as coisas de uma nova forma; aprender com experiências passadas e aplicar esta aprendizagem a novas situações; resolver problema recorrendo a abordagens não tradicionais; ir mais além do que a informação que nos foi concedida; criar algo único e original.

Muitas coisas que as crianças descobrem e criam passam-nos despercebidas porque não são originais para a sociedade. Esquecemo-nos porém que, apesar de já terem sido criadas e descobertas anteriormente, para as crianças pequenas são factos novos. As crianças estão a ser criativas quando estabelecem uma relação que para elas é nova. Neste sentido, a criatividade será também relacionar, criar, o que anteriormente não tinha sido relacionado e criado e que faça sentido para cada criança em questão (Duffy, 2004).

Referindo-se ao processo criativo das crianças pequenas Cecil, Gray, Thornburgh e Ispa (1985, citados em Siraj-Blatchford, 2004) apresenta-nos um modelo no qual podemos distinguir quatro níveis:

- Curiosidade – “O que é isto?”- perante um problema as crianças estão alerta, motivadas e querem saber mais acerca dele;
- Exploração – “o que é que aquilo consegue e pode fazer?” – as crianças reúnem informação sobre objetos, ideias ou acontecimentos de uma forma ativa, identificando relações, semelhanças e diferenças. Usam todos os seus sentidos para reunir informação, assim como os conhecimentos e o nível de compreensão que possuem.
- Brincar – “O que é que eu consigo fazer com isto?”- As crianças livremente e espontaneamente imergem na ação. Esta é a oportunidade para consolidar os conhecimentos que adquiriram nos níveis anteriores. As ideias vão sendo construídas e reconstruídas.
- Criatividade - “As crianças têm um vislumbre do problema, um momento de esclarecimento. Descobrem abordagens novas ou invulgares aos materiais ou ao problema que estão a investigar; correm riscos e estabelecem novas relações. Isto leva a uma solução possível ou ao esclarecimento de uma relação com sentido. Este é o momento da criatividade.” (p. 134)

Este processo não é linear, ou seja, os níveis sobrepõem-se e desenvolvem-se uns a partir dos outros. Muitas vezes, a solução de um problema leva a uma nova ideia ou problema, a um novo desafio a ultrapassar.

Não há uma única definição de criatividade mas é consensualmente aceite por muitos autores que a criatividade envolve a resolução de problemas, está relacionada com a capacidade de produzir novas ideias, abordagens ou ações e que começa com a curiosidade e o envolvimento na exploração e experimentação suscitando estes a imaginação e a originalidade (Vale, 2011).

Criatividade e Resolução de Problemas matemáticos

O ano de 2009 foi designado pelo Parlamento e Conselho Europeu (decisão nº 1350/2008/CE, de 16 de Dezembro) como o “Ano Europeu da Criatividade e Inovação”, dando assim ênfase a todos os tipos e formas de inovação nomeadamente no “acesso a diferentes formas de expressão criativa”, à “promoção do pensamento criativo em todas as crianças desde as primeiras fases” e à “criação de ambientes” potenciadores da criatividade, propícios à inovação e à adaptabilidade. Se bem que ao longo dos tempos a criatividade, nas suas diversas expressões, tem sido alvo de estudos, esta decisão, a par de alguns recentes estudos sobre a criatividade, enalteceram a visão de que a criatividade é para todos os indivíduos pois a capacidade de criar está em todo o ser humano, não sendo apenas uma característica dos génios ou de indivíduos sobredotados. Parte-se assim do princípio de que “a criatividade é um potencial inerente ao homem e a realização desse potencial é uma das suas necessidades”(Braumann, 2009, p. 28) podendo os ambientes promover e estimular o seu desenvolvimento. Se estes ambientes devem ser promovidos, desde cedo, então é responsabilidade de escola e do professor proporcionar uma cultura de sala de aula onde a mesma seja efetivamente estimulada. A escola apresenta-se, assim, como um dos locais privilegiados para o desenvolvimento da criatividade tendo em conta que é o contexto educativo que contacta com um maior número de indivíduos nos vários estádios de desenvolvimento (Azevedo, 2007). Como enfatiza Vale (2012), na escola, a matemática é um dos melhores temas para promover o desenvolvimento do pensamento criativo.

A investigação tem mostrado que há uma relação muito próxima e recíproca entre a resolução e formulação de problemas, principalmente as que envolvem tarefas abertas, e a criatividade (Barbeau & Taylor, 2005; Conway, 1999; Silver, 1997; Vale, 2011, 2012). Embora se tenha dado pouca atenção à formulação de problemas esta, segundo alguns autores é uma atividade de cunho investigativo considerada como uma componente vital da resolução de problemas. Como afirma Vale (2011) “a formulação de problemas faz parte da resolução de problemas (...)” pois “é uma estratégia poderosa para desenvolver capacidades a nível da resolução de problemas” (p. 5) e, paralelamente para formular

problemas é necessário resolver bem problemas. Ao formular um problema os alunos não só têm oportunidade de aprofundar os conceitos matemáticos envolvidos, mas também de compreenderem os processos desencadeados pela sua resolução. Neste sentido, a relação da matemática com a criatividade resulta da articulação entre resolução e formulação de problemas onde os alunos são incentivados a criar, a partilhar e a resolver os seus próprios problemas. Ou seja, um contexto de resolução de problemas que envolve os alunos em explorações matematicamente ricas são contextos potencialmente favoráveis ao desenvolvimento do pensamento matemático e criativo.

As tarefas propostas pelo educador/professor têm neste processo de ensino e aprendizagem da matemática um papel primordial. As tarefas com um forte potencial criativo serão aquelas que incentivam as crianças a descobrir e a construir o seu próprio conhecimento (Ponte, 2007), são aquelas que constituem um desafio intelectual, que promovem o pensamento, o raciocínio, permitem uma grande variedade de conexões com temas da matemática e com outros domínios e ainda desenvolvem capacidades de resolução e formulação de problemas assim como de comunicação (Vale, 2011).

As tarefas de cunho aberto apelam à exploração e investigação autónoma e à curiosidade permitindo um pensamento divergente, proporcionando processos mentais de ordem superior. Este tipo de pensamento, segundo vários autores (e.g. Conway, 1999; Silver, 1997; Vale & Pimentel, 2011) está na base da criatividade matemática e está associado a três dimensões chave: a fluência, a flexibilidade e a originalidade, como componentes essenciais do pensamento criativo e representam três características da resolução de problemas abertos. Segundo estes autores, a fluência é a capacidade de produzir um grande número de ideias diferentes em resposta a um desafio. Num contexto de resolução de problemas, esta capacidade vai-se adquirindo à medida que se vai dando oportunidades às crianças de explorarem tarefas com este cunho, pois quanto mais resolverem problemas mais fluentes se tornarão. Quanto mais ideias forem surgindo, maior será a possibilidade de serem dadas respostas plausíveis e significativas. A fluência pode ser medida pelo número de respostas corretas conseguidas na resolução de uma mesma tarefa (Conway, 1999).

A flexibilidade é a capacidade de “pensar de modos diferentes” (Vale, 2011, p. 6), ou seja de conceber diferentes abordagens no processo de busca e resposta a um desafio. Caracteriza-se pela mudança de ideias aquando a exploração das tarefas, quer com a finalidade de encontrar uma resposta que melhor satisfaça o solucionador, quer para encontrar várias soluções. Para Conway, (1999) esta capacidade é essencial, pois permite aos alunos mobilizar diferentes abordagens a um problema, evidenciando ter um pensamento flexível que se ajusta aos problemas e ao modo de os resolver. Como refere Vale (2011) um bom solucionador de problemas possui várias abordagens para resolver um determinado problema. A flexibilidade pode ser medida pelo número de diferentes modos de pensar perante um problema.

A originalidade é a capacidade de produzir respostas infrequentes ou incomuns, ou seja “a capacidade de pensar de forma única” e de produzir algo novo e único (idem, p. 6). Está associada à raridade, ao não óbvio e pode ser medida por comparação com o número de alunos de um determinado grupo, ou nível etário, que obteve a mesma solução (Conway, 1999). De acordo com Silver (1997) a originalidade pode ser medida, por exemplo quando um aluno analisa as várias soluções encontradas pela turma e consegue criar uma solução diferente. Os professores podem ainda confirmar a originalidade das soluções confrontando as soluções incomuns com outros professores, de modo a aferir a raridade das mesmas.

Para Silver (1997) a criatividade está ligada a vários aspetos como: o conhecimento flexível e profundo sobre vários domínios de conteúdo; à motivação e perseverança; à compreensão rápida e excecional; e é suscetível à influência de experiências ou situações de ensino. Para este autor, ser criativo num determinado domínio significa que se tem uma disposição para a atividade nesse próprio domínio entendendo atividade como pensamento e ação (atividade criativa). O autor defende que um ensino criativo pressupõe algumas características: a responsabilidade entre alunos e professores é partilhada; são banidos os manuais; os alunos são estimulados a criar problemas quer para si quer para os seus pares; o uso de problemas pouco estruturados/abertos de modo a permitir e a estimular a formulação de múltiplas soluções dependendo das interpretações individuais. Nesta perspetiva, o autor remete

para o professor um papel importante na promoção de um ambiente de sala de aula, que dê oportunidades para pensar através de tarefas desafiantes, abolindo atividades rotineiras e aborrecidas, pois a criatividade só acontece se nos sentirmos atraídos e desafiados pelas situações que nos propõem (Vale, 2011).

Na tabela 2 está sistematizado o comportamento criativo dos alunos em relação à resolução e formulação de problemas.

Tabela 2

Relação entre resolução e formulação de problemas e dimensões da criatividade (adaptado de Silver, 1997)

Resolução de Problemas	Criatividade	Formulação de Problemas
Os alunos exploram problemas abertos, com várias interpretações, métodos de solução ou questões.	→ Fluência ←	Os alunos formulam muitos problemas para resolver Os alunos partilham as suas formulações de problemas.
Os alunos resolvem (ou justificam) inicialmente por um caminho mudando depois para outros caminhos	→ Flexibilidade ←	Os alunos formulam problemas que são resolvidos por diferentes caminhos Os alunos usam termos como “e se?” para formularem problemas.
Os alunos discutem/analizam os vários processos de resolução Os alunos examinam as várias soluções e processos e descobrem/inventam soluções diferentes.	→ Originalidade ←	Os alunos analisam várias formulações de problemas e depois formulam um diferente dos demais.

Os problemas pouco estruturados/abertos são problemas que convidam à exploração e comunicação de ideias matemáticas. Este tipo de situações em que os alunos são estimulados a criar situações problemáticas, a formularem-nas e a resolverem-nas são essenciais para promover a fluência. Os alunos podem tornar-se fluentes na formulação/resolução de múltiplos problemas, a partir de uma situação e simultaneamente desenvolver flexibilidade criativa, à medida que descobrem múltiplas abordagens para os problemas que formulam (Silver, 1997).

Assim, o uso de problemas abertos é um aspeto chave no ensino da matemática e está claramente associada com o desenvolvimento da fluência, da flexibilidade e da originalidade.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA

Neste capítulo apresentam-se as linhas teóricas que sustentam as opções metodológicas, bem como ao seu enquadramento e adaptação à realidade específica do estudo. Assim, é descrita e fundamentada a opção por uma abordagem qualitativa e a utilização de uma metodologia de estudo de caso. Explicita-se também a experiência e papéis da investigadora e as fontes de recolha de dados como fatores de validação de um estudo desta natureza. É descrito, detalhadamente, o contexto educativo no qual decorreu o estudo, as características dos participantes e as fases e procedimentos adotados. Finalmente, apresentam-se as tarefas e as técnicas de análise e interpretação dos dados.

Opções Metodológicas

A investigação qualitativa é uma das principais tendências da investigação atual, assentes em paradigmas naturalistas, pós-positivistas e construtivistas reconhecidos como fundamentais nas investigações em educação.

Os pressupostos do paradigma construtivista (Guba & Lincoln, 1994) também referidos como interpretativo (Erikson, 1986) ou fenomenológico (Patton, 2002), procuram entender a experiência humana, defendendo que a realidade é socialmente construída, não havendo uma única realidade, mas realidades múltiplas passíveis de serem descobertas (Mertens, 1998). Assim, a grande finalidade do investigador qualitativo é a interpretação dos significados que os indivíduos têm acerca da realidade, enfatizando o conhecimento construído socialmente.

A investigação qualitativa, ao caracterizar-se por ser uma investigação das ideias, da descoberta de significados inerentes ao próprio indivíduo, já que ele é a base de toda a pesquisa, visa a inter-relação do investigador com a realidade que estuda, fazendo com que a construção da teoria se processe de modo indutivo e sistemático, a partir do próprio terreno, à medida que os dados empíricos emergem (Lefévre 1990, citado em Pacheco, 1995).

Numa investigação qualitativa a preocupação central não é verificar se os resultados são suscetíveis de generalização, isto é, o objeto da investigação qualitativa não é a verificação de uma ideia predeterminada, mas antes a descoberta de caminhos para novos entendimentos (Sherman, 1989).

Esta é uma das características que diferencia a investigação qualitativa da quantitativa. Enquanto esta busca as generalizações e deixa em segundo plano a influência do contexto, a investigação qualitativa não busca tais generalizações, mas pretende um conhecimento ideográfico, concentrando-se no estudo das diferenças, das peculiaridades determinadas pelo contexto, tão frequentemente e com tanto interesse, como no estudo das semelhanças (Guba & Lincoln, 1994).

A investigação qualitativa é caracterizada por Bogdan e Biklen (1994) como sendo descritiva, procurando a compreensão e não a avaliação, tendo como fonte direta de dados o local de investigação, visto que toda a ação pode ser melhor compreendida se for observada no seu ambiente, sendo o investigador o instrumento chave. A investigação envolve um detalhado e intensivo estudo, participando o investigador na situação social que está a ser estudada.

Um estudo qualitativo é utilizado quando se pretende obter uma descrição detalhada de um determinado contexto, de modo a compreender, de forma aprofundada, o que os sujeitos pensam. Para isso, o investigador terá que envolver-se no contexto natural “tentando perceber, ou interpretar os fenómenos de acordo com os significados que as pessoas lhe atribuem” (Denzin & Lincoln, 2000, p.2). Esta visão holística dos fenómenos conduzem à obtenção de dados de natureza narrativa, sendo o investigador o principal veículo de recolha de uma diversidade de dados que “permitem descrever momentos problemáticos e rotineiros nas vidas dos indivíduos” (Denzin & Lincoln, 2000, p. 2).

Quando adotam uma metodologia qualitativa, os investigadores preocupam-se com os efeitos que a sua subjetividade possa ter nos dados que produzem (Bogdan & Biklen, 1994). Porque estão mais interessados nos processos do que nos produtos, preocupam-se em captar a maneira como os participantes do estudo interpretam as suas experiências e como lhes dão significado, aquilo que Erickson (1986) designa por

“perspetivas participantes”, pois só assim é possível esclarecer a dinâmica interna de certas situações, que não são muitas vezes visíveis para o investigador.

Os investigadores qualitativos utilizam uma grande variedade de recolha de dados obtidos em contexto natural, focados em ocorrências do quotidiano dos sujeitos entre os quais se enfatizam as observações, as entrevistas e os documentos. (Vale, 2004).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), na investigação qualitativa, a análise de dados, tende a seguir um processo indutivo, o que significa que as categorias e padrões vão emergindo a partir dos dados, não se preocupando em procurar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início do estudo, o que não implica a inexistência de um quadro conceptual que oriente a recolha e a análise dos dados.

Os estudos qualitativos caracterizam-se por conseguir uma maior relação teoria/prática pois centram-se fundamentalmente na compreensão e não na generalização. Nóvoa (1988) referindo-se à investigação em Ciências Sociais distingue os objetivos dos dois processos. Assim, se um dos objetivos últimos da explicação é encontrar soluções (conclusões, respostas) possíveis de generalização, a compreensão constrói-se no interior de uma profunda historicidade: são indivíduos concretos e vivos que compreendem aqui e agora.

Partindo destes pressupostos, e atendendo a que o objetivo deste estudo é analisar e compreender o desempenho das crianças na resolução de tarefas/problemas, nomeadamente no que refere, às suas reações perante as mesmas, à mobilização de diferentes representações, assim como as implicações que estas têm na promoção da criatividade, tornou-se claro para a investigadora que a melhor maneira de o fazer era através de um paradigma construtivista, enquadrado numa abordagem qualitativa, uma vez que a investigação decorre no cenário natural, pretende ser descritiva, interpretativa e centrada no significado e nas questões emergentes.

Estudo de caso qualitativo

Assente nesta abordagem, a opção por determinada metodologia de investigação deriva da natureza das questões do estudo, do grau de controlo sobre as situações

estudadas, do tipo de produto que se pretende obter e do foco da investigação (Yin, 1989).

O presente estudo pretende a compreensão de um fenómeno específico e das razões que lhes estão subjacentes, que ocorre em contexto real, assumindo as questões a investigar a forma de *como* e de *porquê*. Tem como objetivo obter um produto final com características descritivas e interpretativas. Como se trata de uma intervenção didática, o controlo sobre as variáveis são muito reduzidas. Estas intenções justificam a opção pelo estudo de caso qualitativo (Merriam, 1991; Yin, 1989).

Como refere Merriam (1991), o estudo de caso qualitativo revela-se como o design ideal para compreender e interpretar fenómenos educativos, sobretudo quando é usado com o objetivo de obter uma compreensão mais profunda da situação e o significado que lhe é dado pelos que nela estão envolvidos.

Ponte (1994) dá-nos uma definição muito completa e clara de estudo de caso. Segundo este autor,

Um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, evidenciando a sua unidade e identidade próprias. É uma investigação que se assume como particularista, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspetos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico. (p.3)

Um “caso” pode ser uma pessoa, um acontecimento, um programa ou uma comunidade mas, seja qual for a unidade de análise, um estudo de caso qualitativo procura descrevê-la em profundidade, com pormenor, em contexto de um modo holístico (Patton, 1987, p. 19).

Outro aspeto ligado a este tipo de investigação é que, como refere Erickson (1986), num estudo de caso produz-se sempre um conhecimento do tipo particular, em que se procura encontrar algo de universal no mais particular.

O principal interesse deste tipo de estudo de caso consistirá mais na possibilidade de particularizar do que de generalizar. Segundo Erickson (1986) o que se procura não serão “fatores universais abstratos”, obtidos através do tratamento estatístico aplicado a

uma amostra representativa de uma dada população, mas sim “fatores universais concretos” que se irão obter estudando um caso específico em pormenor.

Alguns autores distinguem tipologias de estudos de caso de acordo com os seus propósitos e possíveis abordagens (Stake, 1994; Yin, 1989). Por exemplo, para Stake (1994) os estudos de caso podem ser: estudo de caso intrínseco, quando o foco de interesse é a compreensão de um caso particular, ou seja, quando existe um interesse intrínseco em todos os pormenores do caso; estudo de caso instrumental, quando existe uma necessidade de compreensão global, ou seja, quando se estuda um caso para proporcionar uma compreensão de um tema ou de sustentar uma teoria e; estudo de caso coletivo, quando se estudam vários casos em conjunto para investigar o fenómeno, a população. Cada estudo de caso é instrumental, mas deverá haver uma coordenação entre os estudos individuais de modo a compreender melhor um determinado fenómeno. Segundo Vale (2004) é difícil distinguir os limites entre caso intrínseco e instrumental, uma vez que, comumente temos vários interesses, que se vão (re)construindo ao longo da investigação.

Para Yin (1989), os estudos de caso podem ser: estudo de caso exploratório, quando é utilizado como um estudo piloto que fornece informação preliminar como base de um estudo posterior; estudo de caso descritivo, quando o objetivo de estudo assenta numa descrição detalhada de um fenómeno associado a um contexto específico e; estudo de caso analítico, quando os resultados se enformam numa relação causa-efeito, que serão utilizados em novas teorias ou refinam as teorias já existentes.

Este estudo incidiu sobre onze crianças (integradas num grupo/turma de vinte e duas crianças), em contexto de sala de aula, de um jardim-de-infância e, particularmente sobre duas crianças, sendo a investigadora a titular de turma. Como já foi referido, o propósito principal do estudo é analisar e compreender, em contexto natural, o desempenho das crianças na resolução de tarefas/problemas, nomeadamente no que refere, às suas reações perante as mesmas, à mobilização de diferentes representações, assim como as implicações que estas têm na promoção da criatividade. Assim, tendo em conta a tipologia proposta por Stake (2009), este estudo enquadra-se no estudo de caso instrumental. Uma vez que o estudo se enforma numa descrição rica e detalhada com a

respetiva interpretação assume também uma dimensão descritiva/ interpretativa (Yin, 1989).

Papéis da investigadora

Num estudo de caso o investigador pode ter um papel ativo e participativo, já que pode desempenhar um papel na situação que está a ser estudada ou participar em atividades relacionadas com essa situação. Este papel interveniente ativo caracteriza a chamada observação participante (Vale, 2004), “que é uma forma de observação na qual o observador intencionalmente faz parte da situação a ser observada e, por conseguinte influencia os acontecimentos a serem observados” (p.182).

Neste estudo, que incidiu sobre um grupo de onze crianças (de um grupo/turma de vinte e duas crianças) e particularmente sobre duas crianças a investigadora era simultaneamente a educadora titular de grupo/turma. Este duplo papel, e o consequente envolvimento e aproximação com os participantes, permitiu-lhe viver os acontecimentos por dentro e estabelecer e preservar relações de colaboração, amizade, confiança, segurança e bem-estar, muito importantes quando se trata de crianças em idade pré-escolar. Assim, pensa-se que se potenciou a validade do estudo através de situações desenroladas no contexto natural e enquadradas no quotidiano das crianças, onde se enfatizaram as perguntas abertas e emergentes, as conversas e situações informais muito ricas em dados pertinentes para o estudo. Não se trata de apenas de recolher dados de uma forma sistemática, mas sim de procurar evidências, como um “detetive” (Vale, 2000) que procura exaustivamente todas as pistas, fazendo-as convergir para que os dados tenham sentido. As notas, as perguntas, as conversas e os documentos, nomeadamente as produções e representações das crianças foram focalizadas nas tarefas realizadas pelas crianças, embora com uma linha comum que era de clarificar e compreender os processos da tarefa.

Como educadora responsável por um grupo de crianças, a investigadora tentou promover um ambiente de confiança e de bem-estar, pesquisando, selecionando e planificando tarefas/atividades, organizando o espaço, os materiais e o tempo, de acordo

com as necessidades, interesses e motivações das crianças e de modo a proporcionar experiências de aprendizagens significativas e articuladas com outras áreas do saber. Enquanto investigadora, estruturou uma intervenção didática que integra seis tarefas no âmbito da resolução de problemas, tendo como objetivo analisar e compreender os desempenhos das crianças, nomeadamente as representações utilizadas, na resolução das mesmas. Neste contexto, a investigadora (observadora participante) assumiu-se como o principal instrumento de recolha, interpretação e análise de dados desempenhando variados papéis como: “detetive”, observadora, entrevistadora, ouvinte, desafiadora, negociadora, avaliadora, narradora, intérprete (Vale, 2000).

Muito embora, os papéis assumidos como educadora e investigadora lhe permitiram envolver-se no contexto para partilhar a realidade com as crianças e para melhor compreender o significado por estas atribuído aos acontecimentos, também é verdade que desencadearam alguns problemas, nomeadamente: no registo sistemático de todas as observações efetuadas; por, muitas vezes, ser difícil a escolha entre intervir, apoiando e desafiando, ou deixar a ação decorrer; por não prescindir do seu próprio ponto de vista ao analisar os dados; pela relação afetiva que se foi construindo no convívio diário com as crianças, que poderia pôr em causa o distanciamento necessário para observar e analisar. Esta foi uma situação ambígua, difícil de gerir e muitas vezes causadora de ansiedade para investigadora. Tal como afirma Eisenhart (1988, citado em Ponte 1994),

O investigador deve estar envolvido na atividade como um *insider* e ser capaz de refletir sobre ela como um *outsider*. Conduzir a investigação é um ato de interpretação em dois níveis: as experiências dos participantes devem ser explicitadas e interpretadas em termos das regras da sua cultura e relações sociais, e as experiências do investigador devem ser explicadas e interpretadas em termos do mesmo tipo de regras da comunidade intelectual em que ele ou ela trabalha. (p. 9)

Trata-se de combinar a observação e a participação de tal forma que seja possível interpretar a situação como alguém que faz parte dela e de a descrever como alguém que está de fora.

Consciente dos riscos da sua implicação pessoal e profissional, a investigadora considera que, tendo em conta o seu contexto de estudo, nomeadamente o nível etário dos participantes, este é o modo mais adequado de perceber e interpretar os fenómenos,

pois favorece um desempenho mais genuíno por parte das crianças. Para evitar alguns riscos de subjetividade foram tidos em conta alguns cuidados, nomeadamente o recurso sistemático a uma combinação de estratégias de recolha de dados e a reflexão sobre as mesmas, proporcionando assim uma maior validação, rigor e autenticidade da investigação.

Inerente a este estudo, e de um modo implícito, esteve presente um terceiro papel que se revestiu no investimento pessoal da investigadora, como profissional de educação, na construção de um conhecimento pertinente que sustentasse a qualidade da sua ação educativa, tendo como referenciais a procura de investigação atualizada e a reflexão sistemática sobre a própria prática, num processo de desenvolvimento profissional.

A escolha dos casos

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a escolha de um determinado foco de investigação, seja ele um local, uma escola, um grupo em particular, ou qualquer outro aspeto, é sempre um ato artificial, uma vez que implica a fragmentação do todo onde ele está integrado. No entanto, o investigador qualitativo tenta ter presente a relação da parte com o todo, considerando, porém, a necessidade de controlar a investigação, delimita a matéria de estudo.

De acordo com a abordagem de estudo de caso qualitativo, os sujeitos serão selecionados utilizando uma amostra intencional, com informantes privilegiados “que têm o conhecimento e a experiência de que a investigação necessita, têm uma capacidade de reflexão, são eloquentes, têm tempo para serem entrevistados e estão dispostos a participar no estudo” (Morse, 1994, citado em Vale, 2004).

Abrantes (1994, citado em Vale, 2004) elegeu alguns critérios a ter em conta na escolha dos casos, principalmente se o estudo incidir numa situação de turma, são eles: “(1) sejam extremos; (2) correspondam à maior diversidade possível de reações; (3) sejam típicos; (4) sejam especialmente problemáticos; (5) sejam particularmente interessantes”(p. 197).

Neste estudo a escolha dos casos incidiu sobre duas crianças que desenvolveram um conjunto de tarefas diversificadas centradas na resolução de problemas, num grupo de onze crianças, de um grupo/turma de vinte e duas crianças de 5/6 anos (que completaram os 6 anos durante o ano de 2011), num Jardim de Infância da Rede Pública, do concelho de Viana do Castelo. A intencionalidade desta escolha bem como os procedimentos estão explanados no ponto seguinte (O estudo em ação: vários procedimentos).

Uma vez que cada uma das crianças do grupo poderia representar uma possibilidade de caso, consideraram-se alguns critérios de modo a facilitar a escolha: (a) competência de expressão oral; (b) competência de expressão gráfica/figurativa; (c) gosto por atividades no âmbito da matemática; (d) disposições mentais como: curiosidade, interesse, atenção, espontaneidade, entusiasmo, perseverança e motivação.

Contexto do estudo

Este estudo realizou-se durante o ano letivo 2010/2011, com um grupo de onze crianças (que integravam um grupo/turma de vinte e duas crianças), com 5/6 anos, que frequenta um jardim-de-infância da rede pública do concelho de Viana do Castelo. Nele será preservado o anonimato das crianças bem como do contexto onde estão inseridas. Esta instituição situa-se numa freguesia semi-rural com tendência a urbanizar-se, que dista aproximadamente 6 Km da cidade de Viana do Castelo. Esta proximidade com a cidade tem vindo a influenciar as características da população, que já não é maioritariamente natural da mesma. Hoje observa-se que muito casais novos optaram por residir na mesma por ser perto dos seus empregos (fábricas, empresas) e outros vieram à procura de uma vida mais calma, do que na cidade, aproveitando os recursos (terrenos e casas para restauro) para construírem as suas casas.

A população dedica-se, essencialmente, a diversas atividades por conta de outrem, mas há ainda um número substancial de habitantes, nomeadamente os mais idosos, que se dedicam à agricultura, numa perspetiva não só de subsistência, mas também comercial.

A freguesia oferece também um número considerável de serviços educativos, sociais, culturais e recreativos. No entanto, é no setor educacional que a freguesia se destaca, com uma Creche, um Jardim-de-infância, uma EB1 básico e uma EB2,3/S que é simultaneamente a escola sede de um Agrupamento de Escolas.

O nível cultural e literário da população é heterogéneo, sendo que a camada mais idosa possui um nível cultural baixo, enquanto os mais jovens possuem cursos secundários, médios e superiores. Evidenciando em particular o nível dos pais das crianças do grupo/turma pode-se salientar alguns aspetos considerados interessantes. Por exemplo, as mães possuem habilitações muito mais altas que os pais, sendo que 50% das mães das crianças tem um curso superior e a habilitação mais baixa é o 3º ciclo. Relativamente aos pais, observa-se que apenas 5 têm um curso superior, a maior parte possui a escolaridade obrigatória e cerca de 30% possui apenas o 2º ciclo.

Relativamente ao nível socioeconómico da população, a maior parte tem um nível considerado médio. No entanto, existem famílias em condições muito precárias, umas devido a problemas familiares estruturais instalados, outras porque foram afetadas pelo desemprego que já se começa a sentir nesta população. Focando, em particular as famílias das crianças do grupo que participou no estudo pode-se considerar que a maioria tem um nível socioeconómico muito razoável. No entanto, existem duas famílias afetadas pelo desemprego que neste período passaram por momentos muito difíceis.

O edifício do Jardim de infância (JI) é de construção feita de raiz, com aproximadamente vinte anos, mas que tem sofrido obras de ampliação e manutenção, encontrando-se em boas condições de segurança salubridade e conforto. Conta com uma estrutura ampla, que inclui os seguintes espaços: um hall de entrada; três salas de atividades letivas; uma sala para o funcionamento do Prolongamento de Horário (horário após as atividades letivas, das 15h30 às 18 h); um gabinete; várias instalações sanitárias para crianças e adultos; compartimentos para arrumos de material; um refeitório, onde são também acolhidas as crianças da Escola do 1º ciclo; uma cozinha com despensa e lavandaria anexa; espaço exterior amplo, parte relvado e parte empedrado, que inclui um parque de recreio com piso e equipamento adequados.

O edifício da escola EB1 encontra-se no mesmo espaço escolar do JI. Esta proximidade favorece a articulação curricular, a continuidade educativa e uma dinâmica colaborativa entre os docentes e as crianças. Também são rentabilizados os recursos físicos da escola EB1, nomeadamente o espaço polivalente para as sessões de motricidade e para apresentações de dramatizações, filmes e alguns eventos festivos. No edifício da escola EB1 encontra-se também sedeada uma Biblioteca Escolar (BE), pertencente à rede Nacional de Bibliotecas, cujos seus recursos e projetos podem ser rentabilizados por toda a comunidade educativa (crianças, docentes e pais/encarregados de educação).

Neste ano letivo 2010/2011 o número de crianças a frequentar o JI é de 54 crianças, dos 3 aos 5 anos, que foram distribuídas por três grupos, os quais foram formados tendo como critérios a idade e continuidade.

O Pessoal Docente é constituído por três Educadoras de Infância titulares de turma/grupo; uma Docente da Educação Especial que apoia duas crianças com NEE, 3 h por semana. Integram também a equipa de trabalho cinco estagiárias do Mestrado em Educação de Infância da ESE de Viana do Castelo que desenvolveram a sua prática de ensino supervisionada com os grupos de crianças de 4 anos (2 estagiárias) e de 5 anos (3 estagiárias).

O Pessoal não Docente é composto por uma Assistente Técnica, que desempenha as funções de Animadora do Prolongamento de Horário, duas Assistentes Operacionais da Ação Educativa que apoiam as três salas de atividades, duas Cozinheiras e uma Tarefa de Serviços Gerais

A sala de atividades onde está inserido o grupo que participou no estudo tem aproximadamente 46 m² (6,90m x 6,65m). À medida que o ano avançava, este espaço foi-se tornando cada vez mais insuficiente, na medida em que os interesses, solicitações e as produções das crianças faziam com que os materiais e equipamentos fossem cada vez em maior número, sendo difícil a gestão do espaço. Muitas vezes, estes problemas foram resolvidos com o recurso a outros espaços (dentro do JI) ou na negociação com as crianças sobre escolhas de áreas e de materiais.

Partindo do pressuposto que “ambientes favoráveis à aprendizagem exercitam e

desafiam os potenciais em desenvolvimento...” (Hohmann, Banet & Weikart, 1979, 11), a sala de atividades foi, intencionalmente, dividida em áreas delimitadas, identificadas e organizadas de modo a permitir às crianças o acesso autónomo a várias experiências de aprendizagem significativas, de uma forma direta e natural. Este ambiente requer o contributo da criança e do adulto, pois conjuga a iniciativa da criança com as propostas do adulto que intencionaliza as suas ações.

Os equipamentos e materiais estavam dispostos tendo em conta o seu fácil visionamento por todas as crianças, assim como pela própria educadora e outros adultos intervenientes no processo educativo. As áreas propostas pela educadora foram as seguintes: A Mesa Grande, área de reunião do grande grupo, onde também se desenvolvem atividades de Desenho, Escrita, Modelagem, Recorte e Colagem; Área da Casa (cozinha e quarto); Área da Pintura; Área das Construções; Área dos Jogos de Mesa e da Matemática; Área dos Livros; Área do Quadro Preto; Área da Informática.

Se a dimensão espacial do contexto é importante, tal também é verdade para a dimensão temporal e organizativa do grupo. Assim, a manhã e a tarde, bem como os cinco dias da semana, estão estruturados sob a forma de rotinas flexíveis, negociadas em grande grupo e já integradas de forma consistente por todas as crianças. Estas rotinas integram um ciclo de planear/fazer/rever/avaliar, que implicam diferentes momentos nos quais as crianças têm oportunidade de desenvolver diversos tipos de interações importantes e significativas para as suas aprendizagens e o seu desenvolvimento, como:

- Momentos de atividade individual e autónomo;
- Momentos de atividade com o adulto (educadora titular, estagiárias, auxiliar);
- Momentos de atividade em pares / pequenos grupos;
- Momentos de atividade em grande grupo.

Os instrumentos de trabalho (segundo a terminologia do Movimento da Escola Moderna) têm um papel muito importante no dia-a-dia das crianças. São estes instrumentos que organizam a vida da sala de atividades e consistem em: calendário, quadro de presenças, quadro das idades, quadro das tarefas/responsabilidades, quadro

dos aniversários, quadro do tempo, quadros das características do grupo (nº de meninas e meninos, altura, peso, ...). São referências importantes para o trabalho quer da educadora, quer das crianças e também para o ambiente social e intelectual da sala, na medida em que dão às crianças um sentido do tempo e da continuidade, ao mesmo tempo que deixam abertura para a resolução individual e conjunta dos problemas. Ao mesmo tempo, conferem a identidade individual e do grupo e um sentido de compromisso para consigo mesma e para com os outros, promovendo assim, a autonomia e a iniciativa pessoal.

Os materiais da sala estão dispostos nas áreas tendo em conta as situações e interações que as mesmas podem promover e as suas potencialidades pedagógicas. Focando, por exemplo, a área dos jogos de mesa e da matemática, nela pode-se encontrar: jogos de identificação, jogos de correspondência, jogos de construção, contas de enfiamentos, dominós, jogos de dados e pinos, cartões com pintas, puzzles, jogos de cartas, cartões com a sequência numérica, blocos lógicos, blocos de encaixe, legos, sólidos geométricos, blocos padrão, geoplanos e elásticos coloridos, ábaco, jogo do galo, jogos de seriação e contagem (com animais), lotos e balança de 2 pratos. As crianças têm ainda acesso a coleções de materiais reciclados que são polivalentes, isto é, podem ser utilizados em várias áreas, como por exemplo na área da casa como material de apoio ao jogo simbólico, na área da plástica para a elaboração de trabalhos e na área da matemática para construir, contar, formar padrões e/ou simular situações e são eles: botões, tampas, rolhas, bolotas, paus (tipo paus de gelado), palhinhas, clips, limpadores de cachimbo de várias cores e outros.

O Estudo em Ação: vários procedimentos

Este estudo realizou-se durante o ano letivo de 2010/2011, num JI da rede pública do concelho de Viana do Castelo e incidiu num grupo de onze crianças de 5/6 anos e particularmente em duas crianças, as quais integravam um grupo/turma de vinte e duas crianças (16 meninas e 6 meninos). A escolha do nível de educação e ensino e do grupo está relacionada respetivamente com a experiência profissional da investigadora (educadora de infância) e com o facto de a mesma ser titular desse grupo/turma.

O primeiro procedimento recaiu no pedido de autorização formal à Direção do Agrupamento de Escolas (Anexo I) o qual teve um parecer favorável. De seguida, contactaram-se individualmente os pais/encarregados de educação das crianças para que os mesmos fossem informados das características e objetivos do estudo assim como da salvaguarda do anonimato das crianças. Todos os pais se mostraram muito recetivos, tendo mesmo oferecido colaboração no que fosse preciso e assinaram as respetivas autorizações (Anexo II).

O processo de recolha de dados teve início no mês de Outubro com o levantamento de um conjunto de evidências que conduzisse à chamada “avaliação diagnóstica” do grupo e do contexto educativo. Para isso, foram usados vários instrumentos e documentos, nomeadamente; inquéritos aos pais (ficha de conhecimento inicial), processos individuais; observações, produções das crianças, notas da educadora, inventários de mobiliário e material e Regimento Interno do JI.

A construção do Projeto Curricular de Grupo (PCG) foi um fator fundamental para este processo. A construção deste documento implica a reflexão sobre vários aspetos como sugere o documento Gestão do Currículo na Educação Pré-escolar (Circular nº 17/DSDC/DEPE/2007, de 10 de Outubro) os quais foram fundamentais neste processo de conhecimento do grupo, nomeadamente: caracterização do grupo e do contexto; fundamentação das opções educativas; organização do ambiente educativo; opções e prioridades curriculares; e procedimentos de avaliação.

Durante o primeiro período foram exploradas várias tarefas matemáticas com características de resolução de problemas. Algumas destas tarefas foram intencionalmente planificadas, primeiro, para que as crianças se familiarizassem com este

tipo de abordagem e, segundo, fazendo parte das opções curriculares adotadas e fundamentadas no PCG. As tarefas foram operacionalizadas umas vezes em grande grupo, outras vezes em pequenos grupos. A exploração destas tarefas permitiu também fazer uma escolha mais consciente das crianças-caso segundo os critérios anteriormente definidos. Note-se que, algumas das crianças do grupo já estavam com a educadora pelo segundo ano consecutivo e já tinham tido várias experiências de resolução de problemas evidenciando gosto e à-vontade neste tipo de tarefas. No ano anterior, estas crianças tinham vivenciado este tipo de experiências num processo colaborativo com pares mais velhos (grupo que foi para o 1º ciclo) alguns mais competentes no que refere aos níveis de conceptualização e da comunicação (representacional: oral e escrita) funcionando estes como “andaimes” (*scaffolding*) (Wood, Brunner, & Ross, 1976, citados em Vasconcelos, 1997, p. 239). Segundo Vygotsky (1998) os “andaimes” ajudam a criança a trabalhar na sua Zona de Desenvolvimento Próximo (ZDP), definida como a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial, determinado pela resolução do problema sob a orientação de um adulto ou em colaboração com pares mais capazes de o resolverem. Nesta perspetiva, a dinâmica do desenvolvimento tem em conta, não só o que a criança já sabe realizar, mas também aquilo que está em vias de conseguir fazer. Como enfatizou Vygotsky (1998) aquilo que a criança é capaz de realizar hoje em colaboração com os adultos ou com pares mais competentes, poderá potencialmente realizar sozinha amanhã. Assumindo esta perspetiva, as crianças-caso seriam escolhidas de entre estas crianças. Todavia, importa referir que este critério não esteve subjacente à escolha do grupo das onze crianças que foi alvo do estudo, pois o mesmo já estava formalmente formado desde o início do ano e continha elementos que estavam a frequentar esta grupo/turma quer pela primeira vez, quer pelo segundo ano consecutivo.

Tendo em conta os procedimentos atrás descritos, esta primeira fase foi assumida como a fase de preparação do estudo. A segunda fase desenvolveu-se de janeiro a junho e é caracterizada pela fase da operacionalização e recolha de dados. Nesta fase procedeu-se à recolha e seleção de tarefas que se pretendiam que fossem desafiantes, contextualizadas, que promovessem conexões com vários conceitos matemáticos, que

promovessem a integração com outras áreas e domínios do conhecimento, que fossem significativas, motivadoras e do interesse das crianças. A escolha de algumas tarefas teve ainda em conta as recomendações e sugestões recolhidas em diversas fontes como se explicita num ponto a seguir (A Intervenção Didática).

A implementação das tarefas que enformavam a proposta didática teve início em fevereiro, depois do Carnaval. Por esta altura, nesta sala de atividades estagiavam três alunas do Mestrado em Educação de Infância, que implementavam as atividades de segunda a quinta-feira (quinta-feira só da parte da manhã). Sendo assim, a proposta didática deste estudo só podia ser implementada à quinta-feira (de tarde) ou à sexta-feira, ou ainda no período de interrupção letiva das estagiárias. A opção por desenvolver a proposta didática nos dias em que não estavam as estagiárias prendeu-se com o facto de respeitar o tempo estabelecido, para cada uma, para a implementação das atividades. Outro aspeto que interferiu com esta opção relacionou-se com a intenção de aproveitar um ambiente mais sereno e calmo (menos adultos na sala) que favorecesse o envolvimento, a atenção, a perseverança por parte das crianças e, por parte da investigadora, uma atenção mais focalizada para a gestão das tarefas (materiais, espaços, grupos, tempo, questionamento) e para a recolha de dados. Todavia, houve sempre o cuidado para que as tarefas fossem contextualizadas com as atividades e projetos desenvolvidos durante a semana com as crianças, resultado de uma planificação conjunta entre as estagiárias e a educadora/investigadora.

As tarefas da intervenção didática foram propostas ao grupo todo mas implementadas a pequenos grupos (11 crianças) de cada vez, sendo apenas um dos grupos alvo deste estudo. Como já foi referido, o grupo tem rotinas flexíveis que preveem vários momentos como: atividade individual e autónoma; atividade com o adulto (educadora titular, estagiárias, auxiliar); atividade em pares / pequenos grupos; atividade em grande grupo. Assim, a metodologia de trabalho em pequenos grupos era um procedimento natural, que fazia parte das vivências do grupo e foi a escolhida por se considerar ser a que dá mais oportunidade a todos de comunicarem os seus raciocínios e por facilitar o acesso aos processos e modo de pensar de cada criança. Além disso, nas interações que se criam em pequenos grupos, há um maior envolvimento de todas as

crianças e, por isso, uma maior responsabilização pessoal na resolução de problemas do grupo. Enquanto eram propostas, a um dos grupos, as tarefas, o outro grupo levava a cabo outras atividades como idas à biblioteca escolar (no 1º ciclo), ou sessões de motricidade ou outras atividades devidamente planificadas e com a supervisão das educadoras do JI.

As crianças-caso estiveram sempre inseridas no mesmo grupo de trabalho. Muito embora esta situação não fosse forçada, mas sim habitual - pois, como já foi referido, o grupo grande estava formalmente dividido em dois pequenos grupos fixos para facilitar o desenvolvimento de certas atividades como por exemplo: sessões de motricidade, idas à BE, sessões experimentais no âmbito das ciências; deslocações de carrinha, sessões no âmbito da matemática e outras - também favoreceu a recolha de dados, ou seja, as observações, as gravações áudio e vídeo, a tomada de notas mais focalizada para os objetivos do estudo e a descrição imediatamente após a atividade e as entrevistas às crianças-caso.

A este período de implementação da intervenção didática procedeu a terceira fase, deste estudo, de junho a setembro, caracterizado pela fase da (re)construção de significados. Nesta fase, foram descritos os casos e feita a análise e interpretação das evidências recolhidas através das observações, das entrevistas e de vários documentos. Na análise, procurou-se descobrir padrões e relações num processo cíclico (Miles & Huberman, 1994) e categorizá-los de acordo com as questões do estudo e com alguns dados que foram emergindo ao longo do estudo, explicitados pelos participantes. Os detalhes deste processo estão descritos num outro ponto deste capítulo.

A quarta fase decorreu de setembro a dezembro e caracterizou-se pela fase da redação final da tese. Nela foi feita a revisão final da literatura de modo a que a mesma sustentasse toda a ação e as opções metodológicas assumidas. Aliás, este foi um procedimento tido durante todo o estudo, tendo-se o mesmo enformado num processo cíclico entre a fundamentação teórica a intervenção didática e a análise e interpretação dos dados. Na tabela seguinte sintetizam-se, cronologicamente, as várias fases do estudo:

Tabela 3

Fases do estudo

FASES DO ESTUDO	PROCEDIMENTOS	CALENDARIZAÇÃO
- FASE 1- Fase de preparação	Pedido de autorização à Direção; Pedido de autorização aos pais/encarregados de educação; Avaliação do contexto; Avaliação do grupo/turma; Revisão de literatura; Escolha dos casos; Recolha de dados.	de setembro a dezembro de 2010
- FASE 2 – Fase de operacionalização e recolha de dados	Seleção das tarefas de acordo com o objetivo do estudo e com as características do grupo; Implementação da proposta didática; Recolha de dados.	de janeiro a junho de 2011
- FASE 3 - Fase de(re)construção de significados	Descrição dos casos. Análise e tratamento de dados	de junho a setembro de 2011
- FASE FINAL- Redação da dissertação	Revisão final da Literatura Continuação da análise de dados	de setembro a dezembro de 2011

Recolha de Dados

Como já foi referido, os instrumentos mais recomendados na recolha de dados da investigação qualitativa são as observações, as entrevistas e documentos. Os dados qualitativos obtidos serão assim o resultado de ações de observar (experimentando), perguntar (entrevistando) e examinar (estudando os materiais), dando assim intencionalidade e significado aos mesmos (Vale, 2004).

A natureza distinta dos instrumentos de recolha de dados proporciona a possibilidade de triangulação metodológica (Cohen & Manion, 1994), o que é desejável, por permitir comprovar a validade dos resultados.

Observação

As observações são a melhor técnica de recolha de dados nos estudos em situação natural, pois, como referem Lincoln e Guba (1985), permitem apreender motivações, interesses, crenças, preocupações, comportamentos inconscientes, etc., no seu ambiente

natural. É a melhor técnica de recolha de dados dos indivíduos em atividade (Vale, 2004). Como refere Afonso (2005) é uma técnica útil e fidedigna uma vez que a informação obtida não é condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos observados, como acontece nas entrevistas.

As observações deste estudo incidiram em situações espontâneas da iniciativa da criança e em situações da iniciativa da educadora/investigadora, ou seja, em tarefas assentes na resolução de problemas enformadas numa intervenção didática.

Ao ser assumida neste estudo a observação participante, o principal instrumento de recolha de dados foi a própria investigadora, também educadora titular do grupo de crianças. Esta assunção de papéis fez com que a observação tivesse que ser bem planeada na medida em que a grande maioria dos registos não poderiam ser efetuados em simultâneo com a observação. Tornava-se muito difícil tomar notas e estar atenta a todas as crianças, apoiando e desafiando na resolução das tarefas e gerindo o material. Esta dificuldade é acrescida quando se trata de crianças pequenas que ainda estão muito dependentes da participação/presença do adulto, nem que seja apenas para o reforço positivo. Também as características do grupo, muito participativo, tornava difícil a tarefa de registar todas as intervenções das crianças e dos diálogos mantidos. Todavia, e porque já é uma prática usual como educadora, sempre que possível, tomava pequenas notas num bloco de bolso aquando as situações. As crianças já estão habituadas a este procedimento, pois a educadora escreve muito sobre o que as crianças dizem, quando assumem responsabilidades, quando escolhem as áreas, quando dizem o que acham acerca de algum tema pertinente. Quando a educadora toma notas e deixa fluir os diálogos as crianças às vezes perguntam “já escreveste o que eu disse?”. Elas sabem que tudo o que dizem, os seus sentimentos, conhecimentos, sugestões, é valorizado. Por isso, este procedimento era tido como natural. Imediatamente após a implementação das tarefas, a investigadora registava toda a ação, num documento que se revestia de descrições detalhadas dos momentos achados mais interessantes, que incluía diálogos, atitudes, posturas, expressões, desabafos e outros. Nestas descrições a investigadora apoiava-se num guião de observação (Anexo III) como estratégia facilitadora na sistematização das ideias. Como a implementação das tarefas decorreu sempre no

período da manhã, a investigadora aproveitava o intervalo de almoço para fazer estas descrições, apoiando-se nas suas notas de campo, revendo os vídeos, as fotografias e produções das crianças. Daí emergiam algumas questões orientadoras das entrevistas que geralmente eram feitas logo ao início da tarde.

Entrevistas

As entrevistas têm como finalidade “clarificar e ajudar a interpretar o sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as suas atitudes e concepções” (Vale, 2004, p.180). Neste estudo assumiu-se a entrevista semiestruturada, às crianças-caso, com questões maioritariamente abertas de modo a encorajar os participantes a serem naturais, genuínos e expansivos (Anexo IV). As questões emergiram de um modo espontâneo e informal, mas com a intencionalidade de desafiar, de obter esclarecimento e de dar significado às ações e representações das crianças na resolução das tarefas, permitindo assim recolher dados detalhados assentes na perspetiva dos sujeitos (Yin, 1989). Após o momento de observação procedeu-se à análise dos registos escritos das crianças e a uma breve análise das descrições da observação, bem como à construção de algumas questões orientadoras da entrevista, que tinham por base os objetivos do estudo e a compreensão do desempenho das crianças aquando a resolução das tarefas. A partir deste passo, tentou-se formar pares ou grupos de três crianças para falar acerca das tarefas realizadas. Nestes momentos, as crianças falavam entre si de um modo fluido e natural, tentando explicitar o modo como pensaram e as opções que fizeram na resolução dos problemas. A opção por não realizar entrevistas individuais prendeu-se com o facto de se poder provocar situações forçadas que pudesse pôr a criança constrangida. Como acentuam Oliveira-Formosinho e Araújo (2008), a entrevista a crianças pequenas deverá ser feita em pares ou em pequenos grupos, pois além de ser um formato confortável para a criança (falar com outras crianças) e desinibidor, confere maior espaço para que esta estabeleça um discurso mais extenso, claro e genuíno. Na resolução dos problemas em conjunto, muitas crianças assumiam o ponto de vista e as estratégias dos pares mais próximos

imitando os procedimentos. Na entrevista foi possível compreender de que modo cada criança percebeu a tarefa e as estratégias e raciocínios mobilizados.

Documentos

Yin (1989) refere que os documentos são uma fonte de recolha de dados que deve ser usada em quase todos os tipos de estudos de caso e salienta a importância do seu recurso, uma vez que os mesmos permitem corroborar e confirmar a evidência sugerida por outro tipo de fontes de dados. Os documentos abarcam toda a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados recolhidos. Goetz e LeCompte (1984, citados em Vale, 2004) enfatizam esta fonte de evidências, pois são manifestações materiais de convicções e de comportamentos.

Neste estudo, os documentos analisados foram: notas de campo, diário da educadora, fotografias e vídeos, produções das crianças (representações escritas/figurativas), portefólio individual da criança, processo individual, PCG, avaliações do grupo e de cada criança, reflexões das estagiárias, caderno “vai-vem” (instrumento de articulação com as famílias) e considerações e sugestões explicitadas por escrito pelos pais/encarregados de educação.

Gravações áudio e vídeo

O recurso a meios audiovisuais para recolher dados em investigações é controverso. Se por um lado se crê que são um método indispensável na recolha de dados (Patton, 2002), por outro assume-se que é um fator intrusivo que poderá inibir e limitar a participação dos sujeitos e por isso devem ser utilizados em casos excecionais (Lincoln & Guba, 2000). Para poder tirar vantagens deste método, como registo fiel dos dados, o investigador terá que se precaver de algumas estratégias que devem assentar no uso progressivo deste método para que aos poucos ele seja encarado como natural.

Antes da recolha de dados propriamente dita, ou seja antes da intervenção didática, a investigadora pôs várias vezes o grupo em contacto com uma câmara de filmar que estava fixa num ponto estratégico da sala. A reação das crianças era sempre agitada,

sendo este material causador de comportamentos não usuais, ou seja, notava-se, por parte de algumas crianças, menos concentração nas tarefas, comportamentos pouco espontâneos, muito contidos ou exagerados. As crianças dificilmente se abstraíam da câmara e, mesmo quando se pensava que já estavam mais entrosados com aquele dispositivo, lá aparecia uma pose forçada ou uma careta para a câmara. Como as crianças do grupo estavam habituadas à máquina fotográfica optou-se pela utilização da mesma para proceder às gravações. Com a máquina fotográfica, as crianças não se apercebiam que estavam a ser filmadas, sendo o seu comportamento natural e espontâneo. Assim, os momentos de exploração das tarefas, bem como as entrevistas foram alvo de registo em vídeo e áudio. Todos os registos realizados foram visionados pela investigadora sendo transcritas as partes consideradas mais importantes e que permitiam completar os registos decorrentes das observações.

A Intervenção Didática

A Intervenção Didática incidiu numa aprendizagem matemática centrada na resolução de problemas, para a qual se escolheram um conjunto diversificado de tarefas que constituiu a base deste estudo. A escolha das tarefas baseou-se nos pressupostos anteriormente apresentados, ou seja, de modo que fossem desafiadoras, que incentivassem as crianças a raciocinar, a levantar questões, a representar os processos e a comunicar. Pretendia-se também que as tarefas fossem contextualizadas com os interesses e motivações das crianças, que promovessem conexões com vários conceitos matemáticos, que promovessem a integração com outras áreas e domínios do conhecimento e que tivessem vários níveis de exigência cognitiva que induzissem diferentes modos de aprendizagem (Vale & Pimentel, 2012). Para a definição das tarefas procedeu-se ainda à consulta de informação em diversas fontes, nomeadamente em algumas publicações do NCTM (Greenes, Dacey, Cavanagh, Findell, Sheffield & Small, 2003; Leitze, 1997; Myren, 1996; Sakshaug, Olson & Olson, 2002) e em publicações portuguesas decorrentes de grupos de trabalho e de recomendações curriculares no âmbito da matemática (Boavida et. al, 2008; Castro & Rodrigues, 2008; Mendes &

Delgado, 2008; Vale, Fão, Portela, Geraldês, Fonseca, Gigante, Lima & Pimentel, 2006; Vale & Pimentel, 2009). Depois de escolhidas as tarefas, estas foram adaptadas tendo em conta as características do grupo, os seus interesses (motivações e projetos desenvolvidos) de modo a que se constituíssem como uma atividade natural, fluida e contextualizada com as suas vivências.

Tendo em conta a classificação proposta pelo GIRP, as tarefas enquadram-se na categoria de problemas de processo, sendo que algumas envolvem o trabalho com padrões. Todas as tarefas seguiram a mesma sequência proposta por Pólya (2003) - compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano; e verificar - que funcionou como fio condutor no decorrer da tarefa. Antes de propor a tarefa era destinado um tempo para que as crianças pudessem explorar o material livremente. Depois, o mesmo era retirado para que as crianças se concentrassem no momento de compreensão da tarefa. A apresentação da tarefa era feita oralmente com o recurso a imagens e/ou ao material, se fosse o caso. Nesta fase de apresentação da tarefa a investigadora certificava-se que todas as crianças tinham compreendido as questões e que tinham retido os dados do enunciado. Também nesta fase eram ativados os conhecimentos prévios necessários. Durante a resolução das tarefas a investigadora procurou estar atenta a todas as crianças, ouvindo atentamente todas as suas ideias e sugestões, questionando, promovendo as representações e desafiando para a extensão do problema a outras situações mais exigentes. Durante este tempo, as crianças tinham acesso a folhas de registo (folhas brancas com um pequeno enunciado) e a lápis e canetas para que pudessem registar por escrito, quer os dados logo na fase de apresentação, quer os seus raciocínios. Na fase final era promovida a discussão de modo a sintetizar as soluções.

De seguida, serão analisados os aspetos específicos de cada tarefa, nomeadamente o seu enquadramento, os objetivos nelas inerentes e os desempenhos expectáveis.

Nodi o pintor

Esta tarefa tem as características de um problema de processo e foi adaptada e contextualizada tendo em conta a temática que estava a ser explorada na sala “As estações do ano e suas características”. Estávamos no fim do inverno e as condições climáticas eram boas, fazendo sentir antecipadamente a primavera. Nodi (pequeno boneco que trazia acoplado a si uma pequena caixa com o material) “chegou” então à sala trazendo um problema e pedindo aos meninos que o ajudassem a resolver (Anexo V).

Tabela 4

Características da tarefa “Nodi o pintor”

Tarefa - Nodi o pintor		
O desafio	Objetivos da tarefa	Materiais
<p>O Nodi estava muito triste porque estava a chegar a primavera, a natureza estava muito bonita, cheia de cor, e as casas da rua onde morava estavam muito feias. O inverno tinha sido muito rigoroso e a chuva, a neve, o frio, a lama, tinham estragado a pintura das casas tornando-as cinzentas. O Orelhas tinha a solução para ele tornar as casas mais bonitas e coloridas. Ele tinha tintas de cor azul, vermelho e amarelo que cedia ao Nodi mas impôs duas regras:</p> <p>Q1 - Cada casa teria que ter as três cores, ou seja o telhado, as paredes e a porta teriam que ser de cores diferentes: azul, vermelho e amarelo;</p> <p>Q2 - Todas as casas teriam que ficar diferentes umas das outras, ou seja, não podiam ser pintadas de modo que ficassem iguais.</p> <p>Quantas casas conseguiu pintar o Nodi?</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificar e descrever figuras geométricas realçando diferenças e semelhanças; ✓ Associar as figuras geométricas a objetos do seu ambiente; ✓ Mobilizar várias representações no processo de procura/resposta às questões; ✓ Procurar estratégias para resolver problemas; ✓ Identificar visualmente soluções diferentes; ✓ Favorecer a comunicação oral com o incentivo à comunicação das ideias e à argumentação; ✓ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ✓ Utilizar e explicitar um raciocínio organizado. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Boneco Nodi ✓ Várias figuras (retângulos, quadrados, triângulos) coloridas (azul, amarelo, vermelho); ✓ Material de plástico (papeis, lápis, canetas, tintas, pincéis, colas,...); ✓ Material da área dos jogos (para simulação); ✓ Folha de registo.
<p>Desempenhos esperados</p> <p>Com esta tarefa será expectável que as crianças descubram a solução do problema através da mobilização de várias estratégias e representações, como: simulação da situação com recurso ao material; tentativa e erro; recurso ao desenho, a uma lista organizada. Espera-se também que identifiquem e descrevam figuras geométricas realçando diferenças e semelhanças. Será também importante que as crianças dialoguem entre si, confrontando ideias, formulando questões e comuniquem ao grupo as conclusões.</p>		

Os flamingos

A tarefa dos flamingos foi contextualizada no projeto “Os afetos” que estava a ser desenvolvido na sala. Como motivação foi apresentada uma imagem em que os pescoços de dois flamingos formam um coração. A partir da exploração desta imagem onde se enfatizou a importância das relações afetivas entre elementos da família e amigos, as crianças foram incentivadas a pesquisar sobre estas aves (como por exemplo sobre a particularidade de se apoiarem durante muito tempo só numa pata) através de imagens recolhidas na Internet e em enciclopédias. Foi decorrente desta exploração que a tarefa foi proposta (Anexo VI).

Tabela 5

Características da tarefa “Os flamingos”

Tarefa - Os flamingos		
O desafio	Objetivos da tarefa	Materiais
Durante um passeio pelo estuário do rio Tejo pude observar uma família de flamingos. Q1 - Eu contei 5 patas. Quantos flamingos poderiam lá estar? Q2 - E se eu visse 6 patas, quantos flamingos poderiam lá estar?	<ul style="list-style-type: none">✓ Favorecer a capacidade de relacionar números (“mais um”, “menos um”, “mais dois”, menos dois”);✓ Favorecer a emergência das operações com o recurso a contagens e/ou representações (desenhos, esquemas, listas organizadas, símbolos);✓ Mobilizar várias representações no processo de procura/resposta às questões✓ Incentivar a procura de estratégias para resolver problemas;✓ Favorecer a comunicação oral com o incentivo à comunicação das ideias e à argumentação;✓ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores;✓ Utilizar e explicitar um raciocínio organizado.	<ul style="list-style-type: none">✓ Várias imagens com flamingos recolhidas de pesquisas na internet;✓ Imagens com flamingos com uma pata e as duas patas, para recortar;✓ Material de plástico;✓ Material da área dos jogos (para simulação);✓ Folha de registo.
Desempenhos esperados		
Com esta tarefa será expectável que as crianças encontrem as várias soluções do problema através da mobilização de várias estratégias e representações, como: dramatização; simulação da situação com recurso ao material; tentativa e erro; recurso ao desenho, a uma lista organizada. Pretende-se também que descubram algumas relações, como por exemplo: as hipóteses de estarem mais ou menos flamingos depende se estão respetivamente na postura unipedal ou não; e ainda alguma relação entre o número de patas avistadas e as hipóteses possíveis. Será também importante que as crianças dialoguem entre si, confrontando ideias, formulando questões e comuniquem ao grupo as conclusões.		

Os amigos dão abraços

Com o projeto “A tolerância” que estava a ser desenvolvido com o grupo foi explorada a “canção dos abraços” de Sérgio Godinho. Enquadrada nessa vivência foi proposta a tarefa “Os amigos dão abraços” (Anexo VII).

Tabela 6

Características da tarefa “Os amigos dão abraços”

Tarefa - Os amigos dão abraços		
O desafio	Objetivos da tarefa	Materiais
<p>Cinco amigos vão-se abraçar uns aos outros, mas cada menino só pode tocar uma vez em cada amigo.</p> <p>Q1 - Quantos abraços vão dar?</p> <p>Q2 - Se fossem 6 amigos quantos abraços dariam?</p>	<p>✓ Favorecer a emergência das operações com o recurso a contagens e/ou representações (desenhos, esquemas, listas organizadas, símbolos) e ao raciocínio lógico;</p> <p>✓ Mobilizar várias representações no processo de procura/resposta às questões;</p> <p>✓ Incentivar a procura de estratégias para resolver problemas;</p> <p>✓ Reconhecer e explicitar um padrão;</p> <p>✓ Favorecer a comunicação oral com o incentivo à comunicação das ideias e à argumentação;</p> <p>✓ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores.</p>	<p>✓ Vídeo da “Canção dos abraços” de Sérgio Godinho;</p> <p>✓ Material de plástica (papeis, lápis, canetas, tintas, pincéis, colas,...);</p> <p>✓ Material da área dos jogos (para simulação);</p> <p>✓ Folha de registo.</p>
<p>Desempenhos esperados</p> <p>Com esta tarefa será expectável que as crianças descubram a regra da construção da sequência e que façam generalizações próximas através da mobilização de várias estratégias e representações, como: dramatização; simulação da situação com recurso ao material; reduzir a uma situação mais simples; recurso ao desenho, a uma lista organizada, a uma tabela. Será também importante que as crianças dialoguem entre si, confrontando ideias, formulando questões e comuniquem ao grupo as conclusões.</p>		

O galinheiro da D. Mimi

Esta tarefa foi contextualizada com as vivências da Páscoa. Nessa época os interesses das crianças focalizam-se nos símbolos que caracterizam esta época festiva como: galinhas, ovos, coelhinhos. Daí ser o momento oportuno para apresentar esta tarefa (Anexo VIII).

Tabela 7

Caraterísticas da tarefa “O galinheiro da D. Mimi”

Tarefa - O galinheiro da D. Mimi		
O desafio	Objetivos da tarefa	Materiais
A D. Mimi tem um galinheiro com muitas galinhas (brancas, pretas, pedreses), garnizés, e patas. Na 2ª feira, quando foi ao galinheiro, ela encontrou 2 ovos brancos. Na 3ª feira ela encontrou 3 ovos castanhos. Na 4ª feira ela encontrou 4 ovos brancos com pintas pretas. Na 5ª feira ela encontrou 5 ovos pequenos. Na 6ª feira encontrou 6 ovos grandes. No sábado quando entrou no galinheiro ela apanhou um susto. Ela ouviu piu piu e ... eis que à sua volta ela contou 15 lindos pintainhos. Será que, de todos os ovos que lá estavam nasceram pintainhos?	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Favorecer a capacidade de relacionar números (percepção, número de referência); ✓ Favorecer a emergência das operações com o recurso a contagens (contar a partir de certa ordem) e/ou representações (desenhos, esquemas, listas organizadas, símbolos); ✓ Reconhecer e explicitar um padrão; ✓ Mobilizar várias representações no processo de procura/resposta às questões ✓ Incentivar a procura de estratégias para resolver problemas; ✓ Favorecer a comunicação oral com o incentivo à comunicação das ideias e à argumentação; ✓ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ✓ Utilizar e explicitar um raciocínio organizado. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Quadro preto; ✓ Material de plástica (papeis, lápis, canetas, tintas, pincéis, colas,...); ✓ Material da área dos jogos (para simulação); ✓ Folha de registo.
Desempenhos esperados Com esta tarefa será expectável que as crianças descubram a solução do problema através da mobilização de várias estratégias e representações, como: simulação da situação com recurso ao material; tentativa e erro; recurso ao desenho, a uma lista organizada e eventualmente a uma tabela. Espera-se também que relacionem números e façam operações simples através de contagens visuais (subtizing), da utilização do número de referência e da contagem a partir de certa ordem. Será também importante que as crianças dialoguem entre si, confrontando ideias, formulando questões e comuniquem ao grupo as conclusões.		

Vamos pôr a roupa a secar

Na sala existe a área da Casa (cozinha e quarto das bonecas) onde as crianças, através do jogo simbólico, dramatizam ou simulam situações e rotinas do seu quotidiano. É também uma área da qual a educadora muitas vezes recorre para propor desafios, contar histórias ou para motivar para algumas situações. Esta tarefa foi explorada neste contexto (Anexo IX).

Tabela 8

Características da tarefa “Vamos pôr a roupa a secar”

Tarefa - Vamos pôr a roupa a secar				
O desafio		Objetivos da tarefa		Materiais
A Joana quis ajudar a sua mãe a pôr a roupa a secar. A mãe deu-lhe seis panos de cozinha para ela estender na corda e pediu-lhe que não gastasse muitas molas. Então, a Joana num pano usou duas molas, mas em dois panos ela usou três molas.	✓	Favorecer a capacidade de relacionar números (“mais um”, “menos um”);	✓	Panos de cozinha;
Q1 - Quantas molas usou a Joana para os seis panos?	✓	Favorecer a emergência das operações com o recurso a contagens (contar a partir de certa ordem) e/ou representações (desenhos, esquemas, listas organizadas, símbolos);	✓	Corda para estendal;
Q2 - E para 7?	✓	Reconhecer e explicitar um padrão;	✓	Molas;
Q3 - E para 10?	✓	Mobilizar várias representações no processo de procura/resposta às questões	✓	Material de plástica (papeis, lápis, canetas, tintas, pincéis, colas,...)
Q4 - De que outros modos a Joana poderia pôr a roupa a secar?	✓	Favorecer a mobilização de estratégias para resolver problemas;	✓	Folha de registo
	✓	Favorecer a recolha e organização de dados (em pictograma, iconograma ou com símbolos);		
	✓	Interpretar dados numa tabela;		
	✓	Fazer generalizações próximas.		
Desempenhos esperados				
Com esta tarefa será expectável que as crianças descubram a regra da construção da sequência e que façam generalizações próximas através da mobilização de várias estratégias e representações, como: dramatização; simulação da situação com recurso ao material; recurso ao desenho, a uma lista organizada, a uma tabela. Será também importante que as crianças dialoguem entre si, confrontando ideias, formulando questões e comuniquem ao grupo as conclusões.				
Com a questão 4 (Q4) espera-se que as crianças formulem os seus próprios problemas e que explicitem o seu pensamento.				

Paus e quadrados

A área dos jogos de mesa e da matemática é, regularmente, sujeita a reestruturações, para que ao longo do ano as crianças tenham acesso a uma grande variedade de material manipulável, despoletador de várias experiências de aprendizagem. Também os pais são envolvidos nesta dinâmica, essencialmente na recolha de material reciclável (polivalente) como palhinhas, tampas, rolhas, etc. Um dia apareceu uma caixa de paus (tipo pauzinhos que os médicos usam para observar a garganta) que logo motivou as crianças para a sua exploração (Anexo X).

Tabela 9

Caraterísticas da tarefa “Paus e quadrados”

Tarefa - Paus e quadrados		
O desafio	Objetivos da tarefa	Materiais
Depois de as crianças explorarem livremente o material a educadora apresenta a seguinte construção e diz: Com quatro paus iguais consigo fazer um quadrado. Se tiver sete paus consigo fazer dois quadrados.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Reconhecer e explicitar um padrão visualmente ✓ Favorecer a capacidade de relacionar números; ✓ Favorecer a emergência das operações com o recurso a contagens visuais e numéricas (contar a partir de certa ordem) e/ou representações, assim como de figuras geométricas elementares; 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Caixa de Paus ; ✓ Material de plástica (papeis, lápis, canetas, tintas, pincéis, colas,...) ✓ Folha de registo
Q1 - Quantos pauzinhos serão precisos para fazer a figura seguinte (ou 3ª)?	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Mobilizar várias representações no processo de procura/resposta às questões 	
Q2 - Quantos pauzinhos serão necessários para construir a 4ª ? E a 5ª figura?	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Favorecer a mobilização de estratégias para resolver problemas; ✓ Favorecer a recolha e organização de dados (em pictograma, iconograma ou com símbolos); ✓ Interpretar dados numa tabela; ✓ Fazer generalizações próximas. 	
Desempenhos esperados		
Com esta tarefa será expectável que as crianças descubram a regra da construção da sequência e que façam generalizações próximas através da mobilização de várias estratégias e representações, como: dramatização; simulação da situação com recurso ao material; recurso ao desenho, a uma lista organizada, a uma tabela. Será também importante que as crianças dialoguem entre si, confrontando ideias, formulando questões e comuniquem ao grupo as conclusões.		

Análise de Dados

Os dados recolhidos através das observações, entrevistas, documentos, gravações áudio e vídeo foram organizados sistematicamente de modo a que se enformassem numa descrição rica do objeto de estudo e que tornasse o caso compreensível para ser apresentado aos outros (Bogdan & Biklen, 1994). Na análise, procurou-se descobrir padrões e relações num processo cíclico e categorizá-los de acordo com as questões do estudo e com alguns dados que apareceram ao longo do estudo, explicitados pelos participantes. Não se tratou de um processo linear mas antes um processo iterativo e cíclico, revendo sempre as análises feitas anteriormente de modo a garantir que todas as ideias estavam contempladas, assim como a identificação de novas regularidades ou padrões e traduzi-los em categorias de análise (Miles & Huberman, 1994).

O processo de análise de dados começou a ser realizado em simultâneo com o processo de recolha dos mesmos, mas teve o seu momento mais determinante finalizada a recolha. Todo o material obtido ao longo do estudo - relatos escritos elaborados pela investigadora a partir das observações, notas de campo, produções das crianças, gravações áudio e vídeo de entrevistas, documentos vários - foi organizado e submetido a uma leitura exaustiva, atenta e cuidada para, como já foi referido, ser possível atribuir-lhes significado e encontrar respostas para as questões do estudo, contribuindo, desta forma, para uma melhor compreensão dos fenómenos em estudo.

A redução de dados recorre a processos como seleção, centração, simplificação, abstração e transformação do material recolhido. É um processo que ocorre transversalmente durante todo o estudo (Miles & Huberman, 1994). Neste estudo, a redução de dados iniciou-se mesmo antes da recolha de dados, nomeadamente durante a formulação das questões do estudo e no delinear do projeto onde, desde logo, se tomaram decisões que estreitaram os dados a recolher. Também durante e após o processo de recolha de dados se procedeu simultaneamente a uma redução contínua, através da seleção de elementos mais significativos.

Como já foi referido, no decorrer deste processo, procurou-se identificar regularidades e padrões de comportamento (Bogdan & Biklen, 1994) que se constituíram

em unidades significativas (códigos) que deram origem às categorias. Estas foram definidas em função das questões do estudo e com dados que emergiram ao longo do mesmo e orientada em torno de três amplas dimensões: a resolução de problemas, as representações e a criatividade. Procurou-se que fossem exaustivas, independentes e mutuamente exclusivas. A estas categorias previamente definidas juntaram-se alguns indicadores de modo a facilitar a análise. Na tabela a seguir se resumem as categorias de análise:

Tabela 10

As categorias e indicadores de análise

Resolução de problema	Motivação - atenção, persistência, entusiasmo, energia
	Conhecimentos/competências
	Dificuldades
Representações	Ativas - manipulação direta com os materiais, simulação de situações/dramatizações
	Escritas - pictográficas, icónicas, simbólicas
	Orais - explicitação de ideias, estratégias, raciocínios, argumentação (linguagem natural, linguagem matemática)
Criatividade	Fluência - número de respostas
	Flexibilidade - diferentes abordagens/interpretações
	Originalidade - respostas incomuns

Segundo Erlandson, Harris, Skipper e Allen (1993, citados em Vale, 2000), para garantir a qualidade e rigor de um estudo qualitativo existem alguns critérios a ter em conta como: a credibilidade, a confirmabilidade, a fidedignidade e a transferibilidade.

A credibilidade é um critério crucial pois baseia-se em confirmar se os resultados do estudo fazem sentido, quer para os participantes quer para os leitores e se retratam respostas verdadeiras àquilo que se propôs investigar. A confirmabilidade deve garantir que as conclusões dependem dos participantes e das condições do estudo e não das ideias preconcebidas do investigador. A fidedignidade deve refletir confiança, ou seja, verificar se o processo do estudo é consistente e se produziria os mesmos resultados, ou semelhantes, se fosse repetido por outro investigador, usados os mesmos métodos e o mesmo contexto ou semelhante. Sobre este assunto, Lincoln e Guba (2000) consideram

que, mais importante que resultados idênticos obtidos por outros investigadores, é que haja concordância sobre os resultados obtidos e que os mesmos façam sentido. O uso de procedimentos claros e explícitos, bem como a posição do investigador, a descrição do contexto e o recurso a múltiplas fontes de recolha de dados asseguram a fidedignidade de um estudo. A transferibilidade refere-se à transferência das conclusões a outras situações, ou seja relaciona-se com a problemática da generalização. Todavia, para muitos investigadores qualitativos a generalização tradicionalmente assumida é rejeitada, pois o valor de um caso relaciona-se com a sua unicidade e especificidade. A transferibilidade num estudo qualitativo tem a ver com o modo como certos “comportamentos” (Gravemeijer, citado em Vale, 2004) podem ser aplicados a outras situações, ou seja, os conhecimentos adquiridos podem ser relevantes noutro contexto ou no mesmo contexto noutra altura.

Assente nesta fundamentação, para assegurar a qualidade e rigor deste estudo, assumiu-se um conjunto de técnicas como: envolvimento prolongado no contexto e com os participantes, troca de ideias com colegas, proximidade da investigadora com a situação em estudo, triangulação de métodos e fontes, descrições do contexto, descrições detalhadas e citações provenientes dos dados, uso de uma escolha criteriosa dos casos, reflexão com a orientadora sobre os percursos e procedimentos metodológicos deste estudo.

Foram construídos e estruturados dois casos: Ana e Maria, obedecendo cada um aos mesmos procedimentos, definindo-se, para cada, uma estrutura de análise que garantisse a integração dos dados. Uma vez que a intervenção didática foi extensiva a todas as crianças do grupo, desenvolvida em tempos distintos com dois grupos (de 11 crianças cada), caracteriza-se também em detalhe o grupo onde as crianças-caso estavam inseridas.

CAPÍTULO IV – OS CASOS E A INTERVENÇÃO DIDÁTICA

Este Capítulo enforma-se com a caracterização e análise do grupo onde foi desenvolvida a intervenção didática, bem como das crianças-caso. Inicialmente analisam-se as características gerais do grupo assim como a sua relação com a matemática. Descrevem-se também alguns episódios mais relevantes decorrentes da realização das tarefas. Seguidamente, apresentam-se as crianças-caso, focando as suas características pessoais e a relação das mesmas com a matemática. Analisa-se o seu desempenho ao longo da Intervenção Didática, relevando aspetos como as reações e desempenhos, o papel das representações e as dimensões da criatividade.

O Grupo

Caracterização geral

O grupo que foi alvo deste estudo é constituído, como já foi referido, por onze crianças de cinco e seis anos. É importante referir que todas as crianças estão em condições para ingressar no 1º ciclo no próximo ano letivo de 2011/12. Importa referir que esta caracterização diz respeito a este grupo de onze crianças, pois foi o foco deste estudo, mas pode-se estender ao grupo/turma. Embora se considere um grupo homogéneo em termos etários, as crianças revelaram ter necessidades, ritmos e experiências muito diversificadas, facto que despoletou a necessidade de um profundo levantamento diagnóstico com o objectivo de proporcionar uma boa adaptação e a integração efetiva nas rotinas e dinâmicas do grupo, consideradas fundamentais para a aprendizagem. As crianças que integraram de novo o grupo revelaram, no início do ano, algumas dificuldades de adaptação, que rapidamente ultrapassaram. Para isso, foram desenhadas estratégias, concretizadas em atividades que proporcionaram o conhecimento de cada um e do outro, a interajuda entre crianças, a solidariedade e a partilha. Também a metodologia usada quer em trabalho a pares, quer em pequenos grupos, quer ainda em grande grupo foi fundamental para ultrapassar alguns

constrangimentos. No final do 1º período notava-se um ambiente sereno onde se sentia uma real dinâmica grupal, com responsabilidades individuais e onde cada criança tinha um papel ativo e se sentia elemento integrante do grupo.

Em termos comportamentais, o grupo era bastante ativo, e no geral bem comportado. As regras e as rotinas negociadas e implementadas foram sendo aos poucos interiorizadas, principalmente pelos elementos novos do grupo. As crianças foram evoluindo nas suas capacidade de empreender trabalho cooperativo colaborando em grupo, dividindo tarefas e materiais. São crianças que se sentem à vontade no contexto de sala, manifestando livremente as suas opiniões e expressando sentimentos. Fazem votações por sua iniciativa para tomar decisões importantes na vida do grupo e sentem-se valorizadas, como elementos ativos que são e com direito à participação no seu processo educativo. Em geral, são competentes em adequar o seu comportamento às situações diversificadas que vivenciam e mesmo às diferentes pessoas que com eles interagem, o que é notório quer com adultos que contactam no seu dia a dia - educadora, auxiliar, estagiárias, animadora, tarefeira - quer com outros adultos e situações esporádicas e emergentes. É um grupo autónomo e responsável na gestão das tarefas e atividades do seu dia-a-dia, sendo as crianças capazes, na sua maior parte, de cumprir um plano por elas pré-estabelecido e de o registar de forma independente.

Participam com interesse e demonstram capacidade de envolvimento nas atividades de experimentação científica. Manifestam muita curiosidade pelos fenómenos que as rodeiam, formulando questões pertinentes e tentando dar respostas, utilizando, em alguns casos, os conhecimentos anteriormente adquiridos. São sensíveis aos problemas do meio ambiente e efetuam diariamente a separação seletiva dos resíduos produzidos na sala de atividades. Estão sensíveis aos aspetos da poupança da água - como bem imprescindível à vida dos seres vivos - da reciclagem e têm adquirido conhecimento quanto à compostagem, sendo responsáveis por realizar as tarefas inerentes à manutenção do compostor.

Na generalidade, são crianças alegres, alegria esta que contagia todo o ambiente da instituição. Envolvem-se nas atividades musicais de canto/dança/movimento com alegria e entusiasmo, expressando-se corporalmente com muita graciosidade

(principalmente as meninas). Gostam de manipular os instrumentos musicais e sabem o nome de alguns (os mais usuais). Cantam afinado e com grande sentido musical e batem o tempo e o ritmo acompanhando canções. Reconhecem o som grave e agudo, o som forte e piano e o andamento lento e rápido.

As sessões de motricidade são muito apreciadas pelo grupo. Estas crianças movimentam-se com destreza (saltam, correm, deslizam, percorrem circuitos, imitam,..). Reconhecem as partes do corpo e nomeiam-nas, mesmo aquelas partes menos referidas no quotidiano como: joelhos, cotovelos, ombros, face, membros, tronco, tornozelos, pulso e outras. Na motricidade fina, em geral, todo o grupo manipula corretamente os instrumentos de expressão plástica (lápis, canetas, pincéis, tesouras, colas,...) fazem trabalhos usando vários materiais e técnicas e moldam pastas representando objetos, pessoas e animais.

As crianças gostam de dramatizar histórias, canções, lengalengas sob vários suportes como fantoches, mímicas e teatro evidenciando muita motivação por este tipo atividade. É também uma excelente estratégia, não só para o desenvolvimento da linguagem corporal como para a linguagem oral. O “Sapo Sabichão”, pequeno fantoche inserido no grupo e a “Lagarta das Regras” constituem instrumentos estratégicos para gerir comportamentos e para motivação para vários projetos.

A capacidade de representação gráfica da realidade, de experiências vividas, de histórias contadas ou de situações imaginadas foram sofrendo progressos em todos os elementos do grupo, durante o ano. Nas suas produções emergem agora pormenores mais ricos e com maior realismo. Também as crianças demonstram ter maior auto estima em relação às suas produções, permanecendo mais tempo nas tarefas de registo através do desenho e da pintura. Note-se que, em todas as experiências mais relevantes as crianças são motivadas a registá-las, sendo agora elas próprias a relembrar o seu registo/representação.

O grupo expressa-se e comunica com segurança e desenvoltura. No entanto, continuam alguns problemas de linguagem oral principalmente de articulação e no domínio da concordância na construção de frases. De um modo geral, todas as crianças recontam histórias, acontecimentos, exprimem sentimentos, dão recados, ... de um modo

fluido e compreensível. Algumas crianças têm um discurso muito rico e elaborado evidenciando ter muito boas competências nessa área. Também o projeto “Eu conto e tu escreves”, feito em articulação com as famílias, tem-se mostrado muito pertinente e ajudado as crianças a evoluírem na sua comunicação oral.

Na emergência da leitura e da escrita, todos os elementos do grupo reconhecem o seu nome escrito e o dos seus colegas e escrevem o nome nas suas produções com letra de imprensa maiúscula. Também descodificam as palavras escritas que estão expostas na sala. Copiam palavras e frases e pedem para o adulto escrever nas suas produções/desenhos, comentando assim as suas intenções e sentimentos em relação aos mesmos. Reconhecem muitas letras e fazem associações com palavras. São desafiadas a escrever palavras e frases associando assim conhecimentos já adquiridos e muitas já compreendem muitas regras da leitura e da escrita. Escrevem “cartinhas” aos amigos, à educadora e estagiárias utilizando muitas palavras já suas conhecidas. Dividem frases por palavras, as palavras por sílabas e gostam de explorar as rimas. Quase todas as crianças compreendem a funcionalidade da escrita. As oportunidades dadas, ou seja, os registos (dos sentimentos, recados, as histórias, a correspondência, os quadros, ...) e os jogos de consciência fonológica e silábica (contagem de palavras nas frases, divisão e contagem de sílabas, procurar palavras começadas por uma dada letra, construir rimas, jogos de supressão, substituição e adição de sílabas) ajudaram as crianças a apropriar-se da conceção de que tudo o que se diz se pode escrever, das regras da linearidade e da literalidade, mas acima de tudo que a escrita serve para fixar, registar e guardar a “memória do grupo”. Estão muito motivadas para o livro e para a audição de histórias, poemas e lengalengas, tanto contadas oralmente, como lidas ou dramatizadas ou com outros suportes audiovisuais.

A relação com a matemática

No Domínio da Matemática realça-se a atitude positiva das crianças em relação a todas as propostas neste âmbito. É notório o progressivo desenvolvimento de capacidades em relação ao sentido do número. As contagem oral e de objetos, assim como a relação entre os números (mais um, menos um, mais dois, menos dois, os padrões numéricos, o *subitizing*) e as operações são atividades sistematicamente exploradas, a maior parte das vezes por iniciativa das crianças, em várias situações do dia a dia, aproveitando as situações do quotidiano. Na rotina da manhã as crianças contam e registam as crianças que estão presentes e as que faltam. Muitas delas já utilizam estratégias mais elaboradas quando respondem rapidamente o número de crianças em falta explicitando o seu raciocínio: “O grupo tem 22 meninos, se só estão dezoito, então, dezoito já estão ... dezanove, vinte, vinte e um e vinte e dois (conta utilizando os dedos), faltam quatro (e mostra quatro dedos)”. Outras crianças olham ao redor da mesa para as cadeiras vazias e por percepção visual dizem “faltam 4, eu olhei para as cadeiras”. Também classificam quanto à cor, forma, tamanho e função. Têm tido oportunidade de ordenar, seriar, organizar dados e representá-los em gráficos ou tabelas. Por exemplo, as crianças, depois de se medirem entre si utilizando unidades de medida não padronizadas, construíram os gráficos de barras onde estão representadas as suas alturas, falando e refletindo sobre o mesmo com expressões como “o mais alto”, “o mais baixo” “mede o mesmo que”. Também representaram em gráfico algumas características do grupo, respondendo à questão “quantas meninas e meninos tem o grupo?”.

As noções temporais vão sendo exploradas diariamente, através da manipulação dos quadros de organização da rotina, onde se verbaliza o dia da semana, o dia anterior (ontem) e o dia seguinte (amanhã), os meses do ano, os dias de aniversários, as estações e quando se fala de acontecimentos passados ou se planificam atividades para os dias ou semanas seguintes.

Em relação à geometria, quase todas as crianças reconhecem as figuras geométricas básicas, tendo consciência das suas principais características, nomeando as diferenças entre as mesmas e fazendo a sua correspondência para os objetos do quotidiano. Utilizam na sua linguagem corrente palavras como retângulo, quadrado,

círculo, losango, triângulo. Algumas já reconhecem muito sólidos geométricos (cubos, paralelepípedo, cone, esfera, cilindro, pirâmide). As figuras geométricas, os sólidos geométricos e suas características e relações são explorados através de blocos matemáticos e de materiais de uso quotidiano com as formas idênticas aos dos blocos (pacotes do leite, rolos de cartão, bolas, portas, janelas, caixas, etc). A localização e as noções topológicas são exploradas através de histórias, lengalengas, labirintos, mapas e *croquis*.

As tarefas com padrões são muito motivadoras e muito solicitadas pelo grupo. As crianças gostam e têm facilidade em continuar e completar padrões e algumas já inventam as suas próprias sequências. Fazem padrões com os materiais disponíveis na sala, quer de repetição quer de crescimento, alguns com alguma complexidade. Encontram padrões em situações que emergem do seu quotidiano e perguntam “isto é um padrão, não é?” ou “eu encontrei um padrão” ou ainda “vamos fazer uma fila de meninos com um padrão sentado, a pé, sentado a pé, ... ” ou “olha eu fiz um padrão!”. Resolvem problemas de padrões de crescimento (mais um, mais dois e mais três). Um dia, a propósito de uma situação problemática em que o padrão era “mais um” uma criança questionou

Criança - (...) então os números são um padrão?

Ed - Explica lá melhor o que queres dizer.

Criança - Olha para ali para os números [apontando para a sequência numérica afixada na parede] um, dois, três, É sempre mais um, sempre, sempre mais um! É um padrão, os números são padrões

Este é um exemplo de muitas situações em que as crianças em grande grupo, ou pequeno grupo, discutem, analisam, refletem e explicitam as suas conceções acerca dos números, das operações, do espaço, do tempo, das características das figuras geométricas e dos objetos. As interações sociais cooperativas estabelecidas e a reciprocidade das relações entre pares fornecem as bases para entender pontos de vistas diferentes e para a descentração. Simultaneamente, promovem a auto estima e o desenvolvimento afetivo e moral. Assim, as crianças mas competentes e o adulto funcionam como “andaimes” (Wood, Bruner e Ross, 1976) que ajudam as crianças na “zona de desenvolvimento próximo” (Vygotsky, 1978), fornecendo o apoio e o encorajamento de que elas

necessitam para serem bem sucedidas, o que não estaria ao seu alcance se estivessem sozinhas.

As tarefas propostas pela educadora e estagiárias no âmbito da matemática têm sido enformadas na resolução de problemas, facto que tem influenciado comportamentos de maior atenção, mais tempo de empenhamento e raciocínio mais coerente e consistente. Além disso, as crianças têm uma reação muito positiva quando se lhes apresenta uma tarefa/problema. É usual, em momentos de grande grupo a educadora começar por esfregar as mãos e ao mesmo tempo fazer uma expressão facial enigmática para anunciar que vai ser proposto um problema. Quando assim o faz, todos gritam com entusiasmo: “Problema!”. Muitas destas tarefas são intencionalmente planificadas, tendo em conta os interesses e necessidades das crianças, a gestão dos materiais, do espaço, do tempo e do grupo. São ainda previstas situações e questões que possam vir a acontecer. Outras situações/problema partem de situações emergentes e espontâneas que fazem parte do quotidiano da criança. Por exemplo, quando uma criança traz algo para a sala e é preciso dividir por todos; quando é preciso dividir o grande grupo em dois, três ou quatro pequenos grupos; quando uma criança conta um acontecimento que despoleta um desafio, por exemplo o nascimento de crias dos animais domésticos ou quando conta que foi às compras com a mãe... . As crianças gostam de tarefas que envolvam objetos concretos, ou situações que fazem parte das suas vivências como animais, frutos, passeios, histórias familiares e outros. Algumas crianças já conseguem formular pequenos problemas para apresentar ao grupo. Para isso, fazem várias tentativas de propostas para si próprias e depois de resolverem propõem aos outros. Nas conversas de grupo surgem muitas vezes diálogos que evidenciam disposição intelectual e motivação, bem como conceções muito interessantes sobre a matemática:

Quando chegou o momento de grande grupo as crianças começaram a esfregar as mãos (imitando a educadora quando propunha uma tarefa/problema). Hoje somos nós que te vamos fazer um problema (risinhos) e muito difícil, não vais conseguir! A educadora disse: Estou muito entusiasmada porque eu gosto de problemas, mas se é muito difícil vou, se calhar, precisar da vossa ajuda. Não (respondeu uma criança), não podemos ajudar porque é um problema para adultos ... é assim: sete milhões mais quarenta milhões, mais setenta milhões, quanto é?” (risos de satisfação). Educadora: Ih, que números tão grandes, o nosso pequeno quadro não vai chegar para escrever os números. Criança: Se tivermos um quadro até à escola primária dava para escrever um número enorme, até ao

fim dos números? Outra criança: Não, não dava! Podemos contar todos os dias que não conseguimos chegar ao fim dos números. Criança: Se contarmos todos os dias os números acabam quando morremos, não é? Outra criança: Não, não acabam, porque as pessoas vão para o céu e quando morrem podem continuar a contar no céu.... Outra criança: Pois é, os números não acabam (diz pensativo). (Notas de campo)

O grupo e a Intervenção Didática

O grupo aceitou sempre com muito entusiasmo todas as tarefas que integraram a intervenção didática. Como já foi referido, houve a preocupação de as contextualizar com os interesses e motivações das crianças, enquadrando-as nas temáticas e projetos que estavam a ser desenvolvidos. Para isso, algumas tarefas tiveram que ser adaptadas, para que não se constituíssem como um elemento intruso, sem significado, mas sim como uma tarefa matemática que promovia a integração curricular e ia ao encontro das suas vivências. A opção por desenvolver as tarefas em grupos mais pequenos tornou-se profícua, pois notava-se um maior investimento e motivação por parte de todas as crianças. O facto de o adulto estar mais atento a todas desafiando, incentivando e questionando, fazia com que todas se sentissem mais confortáveis, mais seguras, mais atentas e envolvidas. Também a motivação de algumas crianças era um fator de contágio para as outras. Neste aspeto, também é de realçar as interações criadas entre as crianças, que foram importantes no desenrolar das tarefas, na aquisição de conhecimentos e capacidades e no desenvolvimento de conceitos e processos matemáticos e da linguagem. Mesmo as crianças com mais dificuldades se mostravam confiantes, pois as trocas colaborativas faziam com que todos se sentissem importantes no processo de procura e descoberta das soluções. As crianças mais capazes serviam de modelos que faziam avançar para respostas mais corretas, mais organizadas e mais complexas. Muitas vezes o erro de umas, apoiado nas questões do “como” e do “porquê”, era a alavanca para mudar de lógica e estratégia que levava à procura de soluções mais plausíveis e que melhor satisfizesse as questões. No desenvolvimento das tarefas, pôde-se verificar que as crianças mobilizaram os seus conhecimentos prévios, que muitas vezes foram facilitadores das resoluções e, ao mesmo tempo, o ponto de partida para a apropriação de novos conhecimentos. Em relação aos conceitos, o número e as suas relações foi o

conceito mobilizado que teve mais impacto no modo como as crianças resolveram as tarefas. Em todas as tarefas desta Intervenção didática, as crianças tiveram oportunidade de utilizarem o número sob várias formas como: contagens (crescentes, decrescentes, de dois em dois), cálculo mental, operações e relações entre números como “mais um”, “mais dois”, contagem a partir de certa ordem, usaram o número de referência, o subitizing e o número de ordem. Também os conceitos geométricos foram enfatizados, nomeadamente nas tarefas “Nodi o pintor” e “Paus e quadrados”. Nestas tarefas as crianças tiveram oportunidade de manipular: figuras geométricas (triângulos, retângulos e quadrados) de várias cores (azul, amarelo e vermelho) e pauzinhos (tipo os que os médicos usam para observar a garganta) com os quais fizeram construções geométricas. Num primeiro momento, deixou-se explorar o material livremente, envolvendo-se todas as crianças em construções de sua livre iniciativa. A maior parte das crianças começou por escolher representar elementos da vida real como, por exemplo, casas, comboios, setas, foguetões, animais. Depois, começaram também a fazer construções geométricas e a construir sequências identificando o padrão que estava na base das suas construção. Todas queriam exibir as suas construções uns aos outros e à educadora. Neste tempo, a educadora desafiava a comunicação entre as crianças, desafiando-as a falar sobre as figuras geométricas e as suas características, sobre as suas construções e sobre os padrões, questionando-as: “Que figuras usaste?”; “Porque dizes que é um retângulo (ou triângulo, ou quadrado)?” “Consegues construir um retângulo, como este, usando outras figura? Quantas?”; “Explica o teu padrão?”. As crianças iam respondendo às questões, explicitando as suas ideias com a ajuda do material. Foram momentos ricos sob o ponto de vista geométrico, pois as crianças evidenciaram estarem a construir conceptualizações mais sólidas sobre as figuras geométricas e os padrões. No desenvolvimento destas tarefas, as crianças no seu discurso usavam, naturalmente e contextualmente, os nomes das figuras e das suas características como “lados”, “iguais”, “diferentes”, “tem o mesmo tamanho”, etc. No que se refere aos padrões, como já foi referido, todas as crianças têm gosto e apetência por este tipo de atividades. Também as tarefas desta intervenção didática enfatizaram a exploração de padrões, nomeadamente nas tarefas “Os amigos dão abraços”, “Vamos pôr a roupa a secar” e “Paus e quadrados”. Nestas tarefas as

crianças tiveram oportunidade de se envolver em explorações neste âmbito com: discussões e argumentações, partilhando ideias; visualizações sob diversas formas (com ajuda do material e de representações escritas); a procura de regularidades e relações e; na emergência de capacidades de generalização (relações recursivas obtidas por contagens, desenhos, listas organizadas e tabelas) e na sua explicitação. Favoreceu também a conexão entre vários tópicos da matemática como, por exemplo, o sentido de número, a organização e tratamento de dados e a geometria.

Estes conceitos e processos não se revelaram iguais em todas as crianças. Houve crianças no grupo que já os utilizavam com alguma destreza e puderam avançar para níveis com mais exigência cognitiva, e outras que a própria tarefa foi a despoletadora de capacidades e destrezas em relação aos mesmos.

Nas tarefas desta intervenção didática, mais importante do que alcançar a resposta certa foi o facto de as crianças terem tido oportunidade de explorar várias possibilidades de resolução, mobilizando representações, formulando questões, fazendo conjecturas, argumentando e explicitando o seu raciocínio.

No que refere às representações, estas foram veículos importantes da comunicação das ideias das crianças e, muitas vezes, o suporte para a resolução das tarefas. Pôde-se verificar que, em todas as tarefas desta intervenção didática, foram mobilizadas as representações ativas, as representações escritas e as representações orais, de um modo combinado e interdependente. As representações ativas estiveram presentes quando as crianças recorreram às dramatizações (como nas tarefas “Os flamingos”, “Os amigos dão abraços”, e “Vamos pôr a roupa a secar”) e ao material (como nas tarefas “Nodi o pintor”, “Os flamingos”, “O galinheiro da D. Mimi”, “Vamos pôr a roupa a secar”, “Paus e quadrados”) para simular situações. As representações escritas estiveram presentes quando as crianças fizeram desenhos, listas organizadas, esquemas e tabelas. Note-se que as crianças têm como hábito registar por desenho todas as situações experienciadas para que as mesmas possam constar nos seus portfólios. Assim, ao longo das tarefas as crianças naturalmente recorriam a este modo de representação que na generalidade tinha características pictográficas, ou seja, muito próximas do real. No entanto, verifica-se que nas suas produções começam já a aparecer tópicos de

representações icônicas e simbólicas (algarismos, tracinhos, bolinhas, etc.) que facilitam e agilizam os registros e evidenciam a caminhada do concreto para o abstrato. A linguagem oral foi também transversal em todas as tarefas e um instrumento poderoso na representação das ideias, das estratégias, dos raciocínios e da argumentação.

Toda a ação envolta na resolução das tarefas da intervenção didática evidenciou processos criativos. O modo como as crianças faziam, desfaziam e refaziam as suas ideias, vinculadas ao modo como investiam em diversas abordagens, mobilizando conhecimentos, estratégias, representações e adaptando-os às situações emergentes constituem evidências da flexibilidade do pensamento criativo. Por outro lado, estas diferentes abordagens mostraram que as crianças tiveram muitas ideias, muitos modos de pensar que as fez percorrer o caminho para a verificação e argumentação das suas hipóteses, numa procura de resposta ou respostas que melhor respondessem às questões, evidenciando fluência na resolução das tarefas. Algumas crianças não se conformavam com as respostas encontradas, ainda que corretas, continuando numa procura de respostas diferentes dos outros. Foi nestas tentativas que apareceram muitas soluções e processos considerados originais, tendo como referência o nível etário, e os desempenhos das outras crianças do grupo.

Da análise do desempenho do grupo nas das seis tarefas da intervenção didática foram encontradas algumas dificuldades. A primeira prendeu-se com a compreensão das questões numa fase inicial. Algumas crianças revelaram não se ter apropriado dos dados e começaram a dar respostas descontextualizadas. Foi então necessário repetir várias vezes a situação e certificar que todas as crianças tinham compreendido a(s) questão(ões). O material foi também, por vezes, um fator de instabilidade e de excitação excessiva. Muito embora se desse tempo para que as crianças o explorassem antes de iniciar o desafio propriamente dito, algumas crianças continuaram desatentas, querendo manipulá-lo livremente e não davam atenção ao foco da tarefa. A estratégia usada para ultrapassar este problema foi o de retirar o material, explicitar a tarefa e de seguida disponibilizá-lo novamente. Outro constrangimento sentido foi a pouca autonomia e insegurança que algumas crianças revelaram. Esta dificuldade foi evidenciada com comportamentos tais como: davam respostas apenas quando solicitadas e/ou;

reivindicavam constantemente a atenção da educadora e/ou; estavam sempre à espera que outras crianças dessem a resposta copiando os seus procedimentos e produções. No entanto, à medida que as tarefas iam sendo implementadas estes comportamentos iam-se diluindo. Foi possível verificar que, mesmo as crianças que revelavam esta dificuldade se tinham apropriado de soluções corretas, argumentando sobre as mesmas e evidenciando ter compreendido os desafios e feito aprendizagens. No final de cada tarefa notava-se uma alegria e satisfação pelo investimento feito, quer ele tenha sido com maior ou menor esforço, pois havia o sentimento de que o grupo tinha conseguido resolver mais um problema e isso era importante para a auto estima e gosto por este tipo de tarefas.

A Ana

A Ana como criança

A Ana tem 5 anos completando os 6 anos em meados de 2011. Vive com os seus pais e irmã (10 anos) na freguesia onde se situa o jardim-de-infância. É filha de dois professores, que não sendo naturais da freguesia, encontraram aí o local favorável para proporcionar às suas filhas uma vida mais calma e saudável. A Ana diz que quer ser pintora, para pintar muitos quadros e expô-los em “exposições para as pessoas verem e comprarem”. Esta paixão pela pintura é naturalmente evidenciada quando, no trabalho autónomo, escolhe sistematicamente a área da expressão plástica, essencialmente para pintar. Aliás, as suas pinturas são apreciadas pelos seus pares e adultos como muito bonitas. Utiliza várias técnicas aprendidas ou por si inventadas, muitas vezes usadas em simultâneo, como: pincéis, dedos, esponjas, dobragens, carimbos (de vários materiais) e outras. Também em casa, a sua família disponibilizou uma área de plástica para ela poder extravasar este seu gosto.

É uma criança muito ativa, tendo muita dificuldade em se manter quieta e calada. Em conversas e atividades de grupo, custa-lhe muito respeitar o tempo e a vez do outro falar ou de executar alguma tarefa. Embora esteja atenta, tem dificuldade em esperar pelo final de uma história ou de uma informação, não por desmotivação, mas porque está

sempre a interromper querendo partilhar o seu pensamento e as suas opiniões. Está sempre a falar, tem sempre uma opinião a dar, tem muitas ideias, dá muitas sugestões pertinentes para o desenvolvimento de projetos e motiva-se facilmente por todas as atividades propostas. É perseverante e responsável pelas tarefas que assume, impondo-lhes, muitas vezes, um cunho muito próprio, não se importando com os modelos dos adultos ou dos seus pares.

Tem um discurso compreensível com frases bem construídas e com um leque lexical muito bom para a sua faixa etária. Neste ano, ela foi adquirindo muitas palavras novas que usa e mobiliza adequadamente em novas situações. Conta e reconta histórias e acontecimentos, inventa histórias, dá recados, faz poemas, pede para o adulto escrever cartas para os amigos, família e educadora as quais dita com um discurso coerente e assertivo.

Gosta muito de dançar e expressa-se com muita graciosidade e ritmo. Manifestou o desejo de integrar uma classe de dança hip hop, mas a sua família optou pelo ballet com a convicção de que esta atividade a tornaria mais calma, mais atenta e disciplinada.

A Ana revela muito interesse pela leitura e escrita. Lê e escreve palavras que são usadas no seu quotidiano e com as quais já teve experiências, fazendo já associações com palavras novas. Tem um bom desenvolvimento da consciência fonológica e suas produções de escrita evidenciam que está claramente na fase silábica alfabética.

Evidencia ser uma criança alegre, extrovertida, segura e confiante o que faz com que tenha muitos amigos que a admiram e reivindicam a sua companhia quer nas tarefas mais formais, quer nas tarefas mais lúdicas como por exemplo no recreio.

Embora seja impulsiva e queira impor as suas preferências, revela autonomia na resolução de conflitos interpessoais. É meiga, solidária para com os seus colegas, partilha os seus pertences e pede desculpa com facilidade.

A Ana diz que adora a escola, porque gosta de fazer muitas coisas e brincar com os amigos. Adora estar na sala dos grandes, porque se fazem “coisas muito mais giras e difíceis”. Quando se lhe pediu para definir “difíceis” ela disse que eram coisas que os pequenos não conseguiam fazer, porque “às vezes é preciso pensar muito e fazer as coisas bem feitas”. Gosta muito da educadora e diz que queria ficar com ela para sempre.

Diz não entender porque vão todos (o grupo) para o 1º ciclo e a educadora não vai. Sente-se que tem alguns receios em relação à sua passagem para o 1º ciclo, ambiente que ela conhece devido à proximidade com o jardim-de-infância e às atividades de articulação que se têm proporcionado. Os seus receios situam-se mais na crença que foi construindo de que é um sítio onde “não se pode brincar”, onde tem que se “estar muito tempo sentado sem falar e tem deveres”.

A Ana e relação com a matemática

Relativamente à matemática a Ana revela ter uma atitude muito positiva. Reage com motivação a todas as tarefas propostas neste âmbito, assim como escolhe, muitas vezes, por iniciativa próprias, a área dos jogos e da matemática nos momentos de trabalho autónomo. Gosta de jogos com dados, de dominós, pentaminós, de fazer construções, enfiamentos, padrões. Tem muitas capacidades em relação ao sentido de número. Por exemplo, é competente na contagem oral (conta até 100, conta de 2 em 2 e de 10 em 10, conta a partir de uma certa ordem) e de objetos (reconhecimento do conceito de cardinalidade). Tem apropriadas algumas relações entre números (mais um, menos um, mais dois, menos dois, o “5” como número de referência, o *subitizing*). Faz operações simples de um modo flexível e inteligente recorrendo muitas vezes ao material, aos dedos e utiliza o cálculo mental associado à adição de parcelas iguais (sabe que, por exemplo, 5 mais 5 são dez 2 mais 2 são 4 e que 3 mais 3 são 6). Também tem facilidade em classificar segundo vários critérios, de ordenar e seriar. Em relação à geometria, reconhece as figuras geométricas básicas, nomeando as diferenças entre as mesmas e fazendo a sua correspondência para os objetos do quotidiano. Utiliza na sua linguagem corrente palavras como retângulo, quadrado, círculo, losango, triângulo. Reconhece muito sólidos geométricos (cubos, paralelepípedo, cone, esfera, cilindro, pirâmide). As tarefas com padrões são as mais solicitadas pela Ana. Ela tem facilidade em continuar e completar padrões e algumas já inventa as suas próprias sequências. Faz padrões com os materiais disponíveis na sala, sobretudo de repetição, alguns com alguma complexidade.

Em várias situações do quotidiano (numa história, num jogo, numa canção, numa imagem, ...) ela está sempre a dizer “olha encontrei um padrão”.

Questionada sobre a resolução de problemas matemáticos, ela afirma que adora, porque são “enigmas” e ela gosta de resolver enigmas.

A - Às vezes não acerto logo, não é? Mas depois penso, penso e pimba, acerto sempre. O que é preciso é tentar, como tu dizes [fica um pouco calada a brincar com uma pulseira] Olha, sabes? A minha irmã diz que os meus problemas não são de matemática de verdade!

Ed - Porque é que ela diz isso?

A - Ela diz que não tem números nem contas..... [faz uma pausa] Fazer padrões é matemática, não é?

Ed - É pois, claro que é! A tua irmã também trabalha os padrões em matemática.

A - Pois, a minha mãe diz que ela me quer chatear, porque eu acerto sempre e ela às vezes não sabe.

Ed - De que problemas gostas mais?

A - De todos. Mas, mais, mais ... gosto de descobrir padrões e inventar, gosto de mexer nas coisas.

Ed - Que coisas?

A - Coisas para fazer problemas ... contas, paus, palhinhas, o tangran, os blocos, os cubinhos... aqueles da área da matemática [olhando para o material da área dos jogos e da matemática].

Ed - Os materiais?

A - Sim, os materiais. Gosto de fazer padrões com materiais, com aqueles [aponta para os materiais da estante da área dos jogos de mesa da matemática]

Na verdade, quando a educadora diz que vai propor um problema ela, na sua espontaneidade, revela contentamento e excitação. Por ser muito impulsiva, não dá o devido tempo à assimilação da questão e aos dados, ou seja, dá respostas muito rapidamente e é ao longo do tempo que ela vai refletindo, explicitando verbalmente os processos de pensamento. Esta atitude leva a que “não acerte”, segundo as suas próprias palavras, na maior parte das vezes nas suas primeiras respostas, facto que parece não a incomodar. Na maior parte das vezes ela chega à solução ou soluções depois de percorrer vários caminhos.

A Ana e a Intervenção Didática

Reações da Ana às tarefas

Analisando o desempenho da Ana em torno das seis tarefas da intervenção didática, verifica-se que a Ana as agarrou com muita motivação e empenhamento, tendo sempre chegado à solução ou soluções. Quando se apercebia que ia ser proposto ao grupo uma tarefa matemática, ela manifestava entusiasmo e excitação, gritando com os braços no ar “problema”. Durante a realização das tarefas a Ana foi verbalizando o seu pensamento construindo e reconstruindo o seu percurso, atitude que facilitou a compreensão dos processos que foi realizando. Correu riscos, testou as escolhas que fez e aproveitou os próprios erros para redefinir estratégias. Nunca desistiu de nenhuma tarefa, evidenciando perseverança e autonomia na exploração das mesmas. Ao longo de cada uma das tarefas o seu entusiasmo e energia era alimentado por si própria no empenhamento que imprimia, o que se refletia num aumento de atenção e de maior complexidade nas suas diferentes abordagens e soluções. As suas características pessoais - a espontaneidade, a curiosidade, a perseverança, a confiança, a segurança, o gosto pelo desafio, a autonomia, a coragem para correr riscos sem receio de errar - fizeram com que o seu desempenho fosse muito particular e em muitos aspetos diferentes dos seus colegas. É uma criança que raramente é influenciada pelas ações dos colegas, querendo ela própria percorrer os caminhos que a levam às soluções dos problemas. Mesmo quando outra criança lhe indica uma estratégia ou uma solução ela gosta de testar individualmente essa orientação.

A Ana e a Resolução de Problemas

Nodi o Pintor - Antes de apresentar a tarefa do “Nodi o Pintor” foi disponibilizado ao grupo uma caixa com várias figuras geométricas, (triângulos, retângulos e quadrados) de várias cores (azul, amarelo e vermelho), construídas em cartolina e plastificadas para que oferecessem mais resistência à manipulação das crianças. Logo a Ana começou a construir fazendo combinações com as figuras, não tendo a intenção de representar qualquer objeto, como acontecia com alguns elementos que tentavam representar casas,

comboios, foguetões. No seu discurso usava naturalmente as palavras “quadrado”, “retângulo” e “triângulo”. Depois começou a dispor o material em linha fazendo padrões.

A - Olha o meu padrão! Fiz um padrão

Ed - Fizeste um padrão? Mostra lá. Explica o teu padrão.

A - Olha, retângulo, retângulo, triângulo, retângulo, retângulo, triângulo, Sempre assim... [Foi construindo vários padrões de repetição do tipo AB, ABBA, AABB. Dali a uns momentos disse]

A - Já sei, vais fazer um problema de padrões, não vais?

Ed - Não sei, isso é o que vamos ver. Será que é um problema de padrões? Vocês é que vão descobrir!

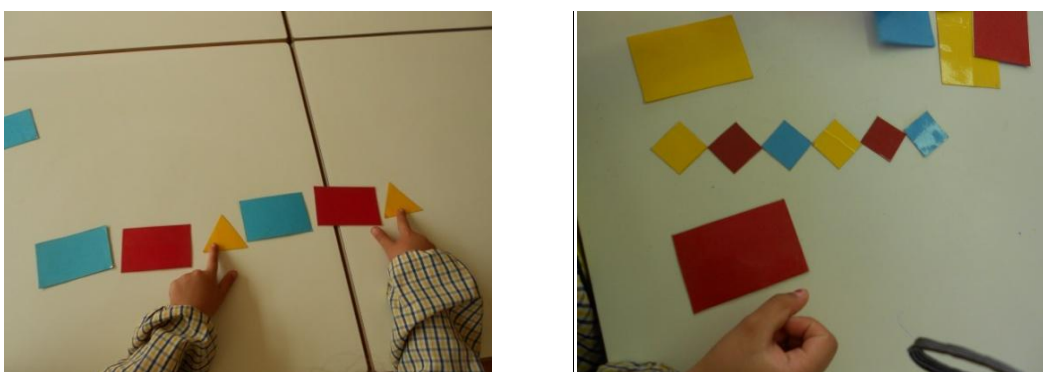


Figura 2. Exploração do material disponibilizado na tarefa “Nodi o pintor” feita pela Ana

Depois de se ter dado algum tempo para exploração do material, foi proposta a tarefa. A primeira resposta que a Ana deu foi “cinco casas”.

Ed - Cinco casas? Diz como pensaste?

A - Cinco casas porque é uma para cada ... uma para o Nodi, uma para o Orelhas, uma para a ursa Teresa, uma para o Sr. Lei e outra para o Sr. Faísca. Assim, ficam todos os amigos com as casas pintadas.

A Ana não deu qualquer importância aos dados introduzidos na questão. A educadora repetiu a questão, dando ênfase às regras que teriam que cumprir para chegar à solução. A partir desse momento a Ana começou a fazer tentativas manipulando o material. Às vezes olhava para as construções dos colegas da mesa e dizia que aquela construção não podia ser porque estava repetida e lembrava as regras aos colegas. Chegou rapidamente à construção das seis casas, depois tentou várias vezes construir mais casas mas deparava-se com a repetição e desfazia. Olhava para os colegas que também estavam neste percurso e contava as casas que eles tinham.

A - Não há mais! São seis casas!

Ed - Tens a certeza? Não consegues fazer mais nenhuma?

A - Não, já tentei. Olha, se ponho o telhado vermelho, a casa azul e a porta amarela, já está aqui uma [apontando para a casa com estas características], se ponho o telhado vermelho e a casa amarela e a porta azul, já está aqui ... [e foi repetindo em todas as situações com segurança].

Resolveu desfazer tudo e começar a construir as casas de novo. Na primeira casa que construiu colocou um telhado vermelho, as paredes azuis e a porta amarela. Na segunda construção, colocou novamente um telhado vermelho as paredes amarelas e a porta azul e assim consecutivamente, ou seja optou por construir as casas dispondo-as em linha dois telhados vermelhos, dois telhados azuis e dois telhados amarelos, trocando as cores das outras partes da casa para que não ficassem iguais.

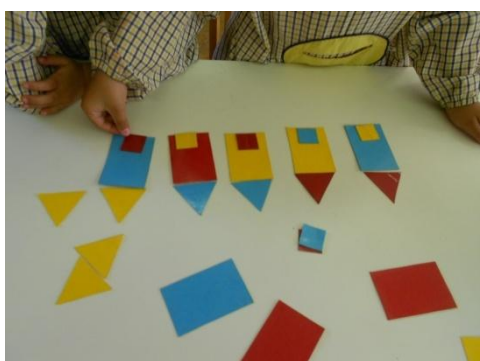


Figura 3. Construção organizada das casas feita pela Ana na tarefa “Nodi o pintor”

A educadora questionou-a:

Ed – Então, descobriste mais casas?

A - Não, só seis. Há mais?

Ed - Não sei! Que dizes tu?

A - Que não há! Olha....

Ed - Mas as tuas casas agora estão dispostas de um modo diferente, não estão?

A - Pois, porque eu vi que havia sempre dois telhados iguais [foi explicitando e apontando].

Ed - Pois, tens razão tem sempre dois telhados iguais. Olha mas aqui também tem duas portas iguais, aqui e aqui...

A - Tem, tem! [diz com espanto] e olha também tem duas paredes iguais... estas [disse apontando].

Desfez tudo novamente e construiu agora as seis casas, começando por colocar em linha duas paredes vermelhas, duas paredes amarelas, duas paredes azuis e só depois completou as casas. Assim, manifestou ter compreendido que havia dois atributos que se repetiam na construção das casas e que se os organizasse seria mais fácil a sua representação quer com o material, quer com a representação figurativa. De seguida, e

porque já é usual as crianças registarem (no papel) as suas experiências, pegou numa folha de papel e autonomamente começou a desenhar as casas. Nesta representação incluiu os três modos diferentes (experenciados) de representar as seis casas. Note-se que foi a única criança que representou figurativamente três modos de apresentação da solução.



Figura 4. Representação das três soluções da tarefa “Nodi o pintor” apresentadas pela Ana

No seu discurso integrou também palavras da linguagem matemática, nomeadamente o nome das figuras evidenciando estar segura na sua classificação e nos seus atributos. Através de uma representação organizada, ela fez descobertas, levando-a a representar a solução sob diversas formas. A representação ativa esteve presente na manipulação do material concreto que a ajudou a estruturar um pensamento organizado. Inicialmente a Ana começou a manipulá-lo num processo de tentativa e erro, mas à medida que o explorava ela ia construindo modos mais eficazes de representar a solução. O material manipulável foi fundamental, pois favoreceu modelos elucidativos que foram sendo explorados e testados até se encontrar uma solução. Nesta tarefa a representação escrita foi concretizada através do desenho, com características de representação pictográfica (desenho de casas), tendo esta representação sido fundamental para se perceber e confirmar o pensamento sistemático e organizado que a Ana teve. A linguagem oral foi transversal ao longo do seu desempenho, tendo sido fundamental para completar e fundamentar as suas ideias e escolhas. Da análise da entrevista a Ana manifestou ter gostado de fazer esta tarefa e apontou três razões: porque tinha uma história do Nodi que ela gostava muito; porque tinha conseguido resolver o problema do Nodi; porque tinha materiais para manipular.

Os flamingos - Na tarefa “Os flamingos” a Ana começou logo por desenhar um flamingo numa folha. Entretanto os colegas do grupo iam dando as suas sugestões, mas a Ana não parecia interessada nelas, estando absorvida com o seu desenho. Após ter desenhado o flamingo interrompeu o grupo e disse:

A - Não pode ser, não pode ser [riu] isso é uma finta!

Ed - Uma finta? Explica lá, porque é uma finta?

A - Sim, uma finta... porque os flamingos têm 2 patas, então tu só podes ver [conta os dedos] 2, 4, 6, 8.... e sempre assim....

Outra criança interrompeu - Mas, não vês que eles, às vezes, estão com uma pata escondida?

A - Ah, é verdade! [ficou calada um tempo a olhar para o papel] Então estão 5 flamingos!

Ed - Porque achas que estavam lá 5 flamingos?

A - Porque podiam estar todos com uma pata para cima e então só se via uma pata ...então 5 patas, são 5 flamingos.

Ed - Sim, podiam estar 5 flamingos, todos com uma pata escondida e só uma visível.

Outra criança - Mas, uma podia ter as 2 patas no chão!

A discussão entre as crianças ia gerando o aparecimento de outras soluções para o problema. Espontaneamente, a Ana dá a sugestão para dramatizar a situação:

A - É melhor fazer um teatro! [levantando-se da cadeira foi puxando outros colegas] Eu sou um flamingo, tu és outro e tu outro... [selecionou-se a si e mais quatro crianças]. Agora vamos pôr todos a pata para cima. Estão cinco flamingos (...) Agora eu ponho as duas patas no chão... um, dois, três, quatro, cinco, seis (contou as pernas das cinco crianças). Não pode ser seis [pensou um pouco] tens que sair tu [apontando para um colega]. Agora ...um, dois, três, quatro, cinco [contou as pernas dos colegas]. Então, podiam também estar quatro flamingos, um com duas patas no chão e os outros com uma pata para cima.

A Ana tomava o controlo da situação, envolvendo as outras crianças na dramatização da situação. As crianças estavam animadas e deixavam-se levar pela organização imposta pela Ana. Todas iam dando sugestões que a Ana parecia não relevar dizendo “espera, eu já sei disso”. Entretanto, a Maria, também por sugestão da Ana, ia desenhando no quadro as situações possíveis à medida que as iam representando. Depois de chegarem às três soluções possíveis, ou seja, que avistando cinco patas poderiam estar três, quatro ou cinco flamingos, a educadora questionou o grupo “e se eu tivesse visto seis patas, quantos flamingos poderiam lá estar? Nesta altura a Ana estava mais preocupada em continuar o desenho que tinha começado no início da tarefa registando as soluções da primeira questão. Mas, à medida que o grupo ia dando sugestões e discutindo, parou de desenhar e disse espontaneamente:

A - Seis, cinco, quatro, três, dois, um...

Ed - Que queres dizer com isso?

A - Podem estar, seis, cinco, quatro, três, dois, um flamingos...

Criança - Não, não pode estar um, porque só tem duas patas e tens que ver seis patas...

A - Ah! Pois [ficou um tempo a pensar].

Fez rapidamente algumas bolinhas, em linha, do outro lado da folha e dentro de cada bolinha foi escrevendo o número “2” até à 3ª bolinha. Nessa altura parou e disse:

A - Seis, cinco, quatro, três!

Ed - Não percebo Ana, explica como pensaste.

A - Podem estar seis, cinco, quatro e três flamingos.

Ed - Explica então como pensaste! E que significam estas bolinhas?

A - As bolinhas são os flamingos. Este tem duas patas [apontando para as bolinhas], este mais duas, são quatro e este mais duas, são seis. Então, não podem estar menos de três flamingos porque senão têm menos de seis patas.

Embora a Ana errasse na primeira resposta que deu, ela recorreu à lógica usada na resposta à primeira questão, não precisando de vivenciar as mesmas estratégias. A representação das bolinhas foi a estratégia que a Inês utilizou para explicar o número mínimo de flamingos que deveriam estar para serem vistas seis patas. Na entrevista e confrontada com os seus registos escritos ela evidenciou ter relacionado o número de flamingos com o facto de estarem ou não na posição unipedal. Além disso, durante toda a tarefa a Ana evidenciou ter muitas competências em relação ao sentido de número, como por exemplo nas contagens crescente e decrescente, na contagem de dois em dois e nas operações simples.

A Ana pegou na folha onde tinha iniciado o seu desenho e registou as três soluções possíveis da 1ª questão, desenhando todos os flamingos rapidamente (note-se que a Ana tem muita facilidade em desenhar). Como a educadora tinha fornecido pequenas imagens de flamingos, quer com as duas patas, quer apenas com uma, para que as crianças pudessem mais facilmente registar/simular as suas conclusões, uma vez que o desenho de todas as situações poderia levar muito tempo, a Ana recortou as imagens que necessitava e dispôs-las colando numa folha, representando assim a 2ª questão. Nesta tarefa a Ana inicialmente começou por representar os dados da tarefa através do desenho. Quando tinha desenhado apenas um flamingo, resolveu mudar a sua estratégia, dando a sugestão de dramatizar a situação. Esta opção valeu-lhe a ela e ao resto do grupo a compreensão de que havia várias hipóteses possíveis, dando também a

possibilidade de as testar de um modo muito eficiente. Depois continuou o seu desenho usando tópicos pictográficos (os flamingos) de um modo organizado, tópicos iconográficos (as bolinhas para representar os flamingos) e também simbólicos, quando usou os algarismos para representar o número de flamingos de cada hipótese. Todas as representações mobilizadas consolidaram as suas soluções dando também evidências do seu modo de pensar. Quando se questionou a Ana sobre a tarefa ela disse que adorou fazê-la e que até a tinha colocado aos pais e irmã, tendo apontando três motivos: porque era “engraçado e dava para fazer teatro”; porque implicou fazer “continhas” para saber o número de patas e de flamingos; porque gostou de fazer o desenho dos flamingos.

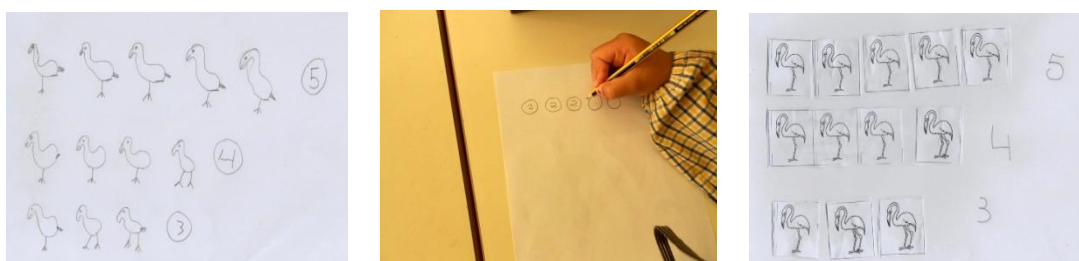


Figura 5. Representações utilizadas pela Ana na resolução da tarefa “Os flamingos”

Os amigos dão abraços - Também na tarefa “Os amigos dão abraços” a Ana manifestou muita motivação no decorrer da mesma. Na resposta à 1ª questão (cinco amigos quantos abraços vão dar?) a Ana respondeu logo “5 abraços”, como a maior parte dos outros elementos do grupo. Aliás, quase todas as primeiras respostas da Ana são espontâneas e intuitivas, parecendo não relevar os dados aquando da apresentação da tarefa. Ela explicou a sua resposta como tendo atribuído um abraço a cada menino. Mas, à medida que lhe são lembradas ela vai elaborando o seu raciocínio, sendo muitas vezes o seu “erro”, oralmente explicitado, o mote para (re)construir respostas mais plausíveis e consistentes. As crianças foram dando hipóteses de soluções, mas sem o cuidado de as testar. Foi a Ana quem sugeriu fazer uma dramatização para testar as hipóteses que foram lançadas. Mais uma vez foi ela que tomou a iniciativa de escolher cinco crianças (incluindo-se a ela própria) e dava ordens para se abraçarem umas às outras. Fazia tentativas para contar o número de abraços que ela e as outras crianças davam, mas perdia-se nas contagens. Instalou-se alguma confusão e a determinada altura disse:

A - Assim não pode ser! Tem que ser um de cada vez.

Ed - A Ana está a propor um menino de cada vez. Como fazemos?

A - Fazemos como o problema das fitas [relembrou uma estratégia usada numa tarefa proposta anteriormente]. Vai um de cada vez, depois vamos contando e quando chegar ao 5º contamos todos os abraços. Por exemplo, vou eu [ficou parada uns instantes e depois continuou] eu não dou abraço nenhum porque estou sozinha. Um menino, zero abraços, agora vem outro [indicou outra criança].

Assim, foi construindo o seu raciocínio tendo recorrido a uma situação mais simples. Embora uma criança do grupo tivesse pegado numa folha de papel para registar as situações, a Ana, após cada situação, ia a correr ao quadro e registava-as ela própria rapidamente, fazendo uma representação tipo: um menino - zero abraços; dois meninos - um abraço; três meninos - três abraços; quatro meninos - seis abraços e cinco meninos - dez abraços, como mostra a figura.



Figura 6. Dramatização da tarefa “Os amigos dão abraços”

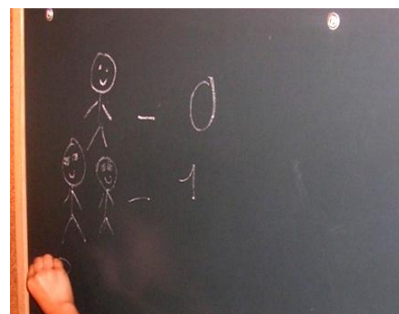


Figura 7. Lista organizada utilizada pela Ana na resolução da tarefa “Os amigos dão abraços”

A princípio ela precisou da dramatização de todos os passos, contando todos os abraços que as crianças davam, mas à 4ª criança ela percebeu que cada menino novo que surgia para abraçar teria que dar tantos abraços quantas crianças já lá estavam e somava aos abraços que estes já tinham dado (ex: o 4º menino teria que dar abraços às três crianças que já lá estavam e somar aos abraços que eles já tinham dado - três abraços - ou seja, 4 meninos - $3+3=6$ abraços).

No registo individual resolveu desenhar as crianças em círculo atribuindo-lhe um traço a ligar cada par de crianças, que significava um abraço dado. Ao lado deste desenho fez uma lista organizada como tinha feito no quadro.



Figura 8. Representação da tarefa “Os amigos dão abraços” elaborada pela Ana

Após este processo de resolução a educadora propôs a 2ª questão “E se fossem seis meninos, quantos abraços davam?”. A Ana olhou para o seu desenho, começou a contar pelos dedos e dali a pouco respondeu “Quinze”. Ao lhe ser pedido para explicar, ela procedeu ao mesmo raciocínio, contando os meninos e abraços da parcela anterior da sua lista organizada. Na entrevista, a Ana confirmou o mesmo raciocínio. Quanto ao desenho das crianças em círculo ela explicou que os traços significavam abraços e que tinha descoberto que cada menino tinha abraçado 4 vezes os seus colegas, pois saíam 4 tracinho de cada menino. Também nesta tarefa a Ana mobilizou os conhecimentos matemáticos que tinha principalmente em relação ao sentido de número (contagem a partir de certa ordem, facilidade em fazer operações) e ao raciocínio organizado.

As representações mobilizadas e combinadas foram essenciais na construção de um raciocínio que a levou à solução do problema. Através da dramatização e da confusão gerada, ela pôde dar sugestões muito pertinentes, como por exemplo começar por uma situação mais simples, tendo sido muito eficazes quer para o processo quer para a solução. Esta tarefa foi também representada através de registos escritos (desenho, lista organizada) que combinavam características pictográficas e simbólicas, sendo também elas importantes na evolução do seu raciocínio, na descoberta do padrão de um modo recursivo, na consolidação e sistematização da tarefa. Manifestou ter gostado muito desta tarefa porque: era sobre a amizade; puderam fazer teatro e; era difícil. Pediu-se-lhe para explicar porque achou a tarefa difícil ela respondeu que tinha que se pensar muito, tinha números grandes e que era difícil de explicar, mas que ela gostava destes desafios e estava contente por ter solucionado o problema.

Vamos pôr a roupa a secar - Na tarefa “Vamos pôr a roupa a secar” a Ana estava muito excitada com o material (corda, panos da louça e molas) que ela fazia questão em ser ela a manipular. Foi a educadora que exemplificou a ordem pela qual a “Joana” tinha posto os panos a secar (exemplificando com dois panos) e desafiou as crianças para a 1ª questão: tendo seis panos de quantas molas precisou a Joana? A Ana começou a contar baixinho pelos dedos:

A – Dois, três, cinco, sete... são pra aí dez! [estimou]

Ed – Serão dez!

A – Deixa-me ir tentar. É fácil, eu ponho assim os seis panos e depois conto as molas.

Todos concordaram com a estratégia da Ana, mas foi escolhida outra criança para colocar os seis panos. Antes que essa criança acabasse de colocar todos os panos já a Ana tinha antecipado o número de molas tendo gritado “sete”. Explicou que imaginou os seis panos e as respetivas molas. Depois de se ter verificado a resolução da Ana, com o material, a educadora colocou a 2ª questão: “e se tivesse sete panos de quantas molas precisava a Joana?” A Ana (e também outras crianças) logo disseram “oito”. A Ana explicou que mais um pano implicaria mais uma mola. Logo a educadora desafiou “e se fossem 10 panos de quantas molas precisamos? A Ana olhou para o material e rapidamente respondeu:

A – Onze!

Ed – e vinte panos?

A – vinte e um!

Ed – Explica com pensaste!

A – Olha, [levantou-se e foi indicar com o material] dois panos, três molas, três panos, quatro molas, cinco panos, seis molas, seis panos sete molas. É sempre assim! É sempre mais um é como um padrão, sempre mais um.

Ed – Achas que é um padrão?

A – Sim, é um padrão a crescer, sempre, sempre mais um.

Ed – Mais um quê?

A – Mais uma mola [parou um pouco], se são 10 panos é mais uma mola, onze!

Ed – Então se forem 25 panos?

A – Vinte e cinco panos? Então são vinte e seis molas [disse manifestando contentamento].

A Ana identificou a regra de formação da sequência sem precisar de fazer todas as simulações para lá chegar. Descobriu o padrão e generalizou, pelo menos para a sequência numérica por ela conhecida. Optou por representar esta resolução através do desenho. Reparou noutra criança que estava a representar numa tabela e também ela

quis assim representar pedindo à educadora que lhe fizesse os riscos para que ficassem mais certinhos e preencheu-a sem dificuldade.

Relativamente à questão “De que outros modos a Joana poderia pôr os panos a secar e quantas molas gastou?” a Ana deu várias sugestões. Na 1ª ela colocou duas molas em cada pano, descobrindo também que a regra de formação eram sempre mais duas molas que na situação anterior, ou seja fez uma generalização próxima. A sua 2ª sugestão foi a de uma mola para cada pano tendo também facilmente chegado à conclusão que número de panos e de molas era o mesmo. A 3ª sugestão foi a de fazer um padrão de repetição tipo ABAB, ou seja no 1º pano colocou duas molas, no 2º pano colocou uma mola, no 3º pano duas molas, no 4º pano uma mola e assim sucessivamente. Nesta situação ela precisou de simular todas as situações para chegar ao nº de molas que seis panos precisaram (9 molas), mas foi uma estratégia apenas usada pela Ana.

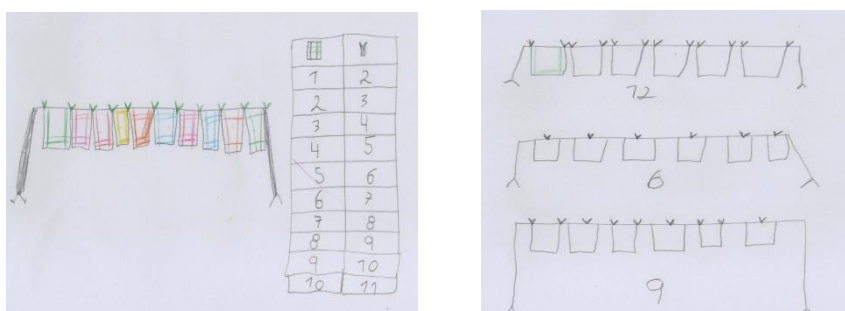


Figura 9. Representações mobilizadas pela Ana na tarefa “Vamos pôr a roupa a secar”

A representação ativa, através da dramatização e exploração do material concreto, foi a que teve mais impacto no processo de construção do raciocínio e na descoberta dos padrões subjacentes à construção das sequências e à generalização. O desenho e a elaboração de uma tabela também foram mobilizados para organizar os dados e para sistematizar as conclusões. Na entrevista ela expressou ter gostado muito deste problema porque era de padrões e também porque ela adora ajudar a mãe a pôr a roupa a secar.

O galinheiro da D. Mimi - A tarefa “O galinheiro da D. Mimi” foi muito bem aceite pelas crianças que, como já foi referido gostam muito de todas as situações que envolvam animais. Tal como as outras crianças também a Ana, à medida que se forneciam os dados, começou a desenhá-los numa folha. Esta foi uma estratégia sugerida pela educadora para

que as crianças pudessem visualizar a quantidade de ovos existentes no galinheiro. Uma criança ofereceu-se para registrar no quadro, procedimento que já era usual.



Figura 10. Representação utilizada por uma criança no registo dos dados da tarefa “O galinheiro da D. Mimi”

Também foi disponibilizado material (policubos e tampas) para simulação, caso as crianças o quisessem utilizar. A Ana preferiu desenhar os ovos dando-lhe as características explicitadas (dois brancos, três castanhos, quatro às pintas, cinco pequenos e seis grandes). Dispôs os ovos em linha deixando um espaço para diferenciar as características dos ovos, não assumido o modelo usado na representação do quadro. Depois contou os ovos e disse “são vinte”. Depois contou quinze ovos e marcou com o dedo o 15º ovo. Perguntando-se-lhe para explicar o seu pensamento ela disse:

A - Vou pôr um pintainho em cima de cada ovo até aqui.

Ed - Até aqui porquê?

A - Porque eu contei até quinze [parou para pensar] tu disseste quinze pintainhos não foi?

Ed - Sim, foi. Então achas que de todos os ovos nasceram pintainhos?

A - Claro que não. Vinte é mais que quinze [olhou para a sequência numérica afixada na sala]. Olha o quinze é aqui e o vinte é muito depois, está ali.

Ed - São muitos mais? Então quantos são a mais?

A - São cinco! [disse, depois de olhar um momento para a sequência numérica]

Ed - Olhaste ali para os números e como contaste “cinco”?

A - Olha, contei daqui até aqui [apontou do algarismo quinze ao vinte], um dois três, quatro, cinco.

Ed - Mas daqui, até aqui [apontou do algarismo quinze ao vinte] está o dezasseis, o dezassete, o dezoito, o dezanove e o vinte.

A - Oh! [disse depois de ficar um pouco pensativa] Não é isso, tens que contar quantos números há daqui até aqui [fazia várias tentativas para explicar o seu raciocínio]

Ed - Ah! Então do quinze ao vinte está: dezasseis, dezassete, dezoito dezanove e vinte [contou usando os dedos] e são cinco números [mostrou a mão].

A - É isso mesmo [disse contente]... então cinco pintainhos ainda não nasceram, mas vão nascer, uns demoram mais tempo...os grandes demoram mais tempo...dos grandes só

nasceu um porque estava mais quentinho, estava no meio do ninho, muito quentinho [ia falando e criando a sua história acerca da situação].

Resolveu atribuir a cada ovo um pintainho ligando-os com uma seta. À medida que ia desenhando ia contando os pintainhos e inventando histórias acerca de galinhas e pintainhos.

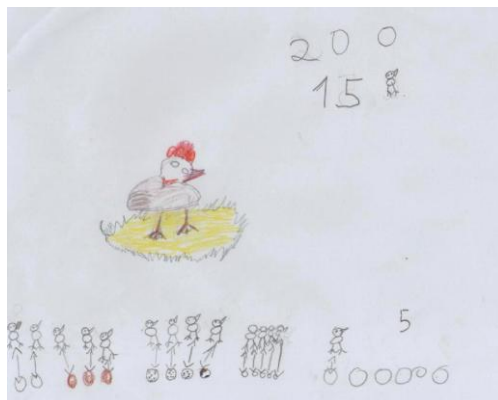


Figura 11. Representação da tarefa “O galinheiro da D. Mimi elaborada pela Ana

Depois quis também manipular o material sugerido para fazer a simulação da situação mas apenas o explorou fazendo construções, sem ter nada a ver com a tarefa. A representação mobilizada pela Ana foi o desenho, o qual tinha características pictográficas - desenhou pormenores do contexto, pintainhos e ovos - e características simbólicas - tipo um esquema com setas para fazer corresponder os ovos aos pintainhos e algarismos. Esta combinação entre o concreto e o abstrato, também usado em outras tarefas, indicam que a Ana também está a percorrer um caminho que embora ainda privilegie o concreto, tem já muitas competências que evidenciam níveis de abstração muito bons para a sua idade, que facilitam os seus registos e dão ao recetor uma visão mais compreensível do seu modo de pensar.

Paus e quadrados - Assim como as outras crianças, também a Ana ficou eufórica com o material (pauzinhos) escolhido para a exploração da tarefa “Paus e quadrados”. Antes de ser proposta a tarefa a Ana explorou o material fazendo construções (geométricas e padrões) usando também na sua linguagem termos da linguagem matemática (triângulo, quadrado, retângulo, padrão, mais, menos, maior, menor). Quando foi apresentada a tarefa a Ana teve alguma dificuldade em estar atenta e

continuava entusiasmada com a exploração do material. A educadora tentou motivá-la para a primeira questão da tarefa, repetindo a sua explicação. Enquanto ouvia a explicação construiu os três quadrados juntos e depois contou os pauzinhos e disse “dez”.

A educadora pediu-lhe para explicar como tinha chegado a esta solução e ela disse:

A - Pus mais estes paus e fiz três quadrados juntinhos.

Ed - E quantos pauzinhos puseste a mais?

A - Pus estes [pondo a mão em cima dos três paus] um, dois, três, pus mais três.

Ed - E se fizeres quatro quadrados, quantos pauzinhos vais precisar?

[Continuou a construção colocando mais três paus. Depois contou-os ao todo, baixinho e colocando o dedo nos paus à medida que os contava disse]

A - Treze.

Ed - Então quantos pauzinhos puseste a mais para fazeres essa construção?

A - De mais três! [olhou para a construção durante uns momentos] Olha, são sempre mais três...mais três aqui, mais três aqui [à medida que falava apontava para a figura e dali a uns instantes disse sorrindo]. É um padrão! É um padrão a crescer, como aquele das tampinhas [referia-se a uma tarefa realizada anteriormente].

Ed - Então se quatro quadrados precisam de treze pauzinhos, quantos pauzinhos precisamos para construir cinco quadrados?

A - Dezasseis [disse depois de contar pelos dedos e de ter utilizado a contagem a partir do treze].

Com as questões da educadora a Ana foi fazendo a sua construção, tendo reconhecido o padrão subjacente à construção do termo seguinte. Como uma criança propôs a representação com o material, explicitando todos os termos da sequência, ou seja começando com a construção mais simples até ao 5º termo da sequência, todas as crianças ajudaram e deram sugestões para uma construção única, como indica a figura.

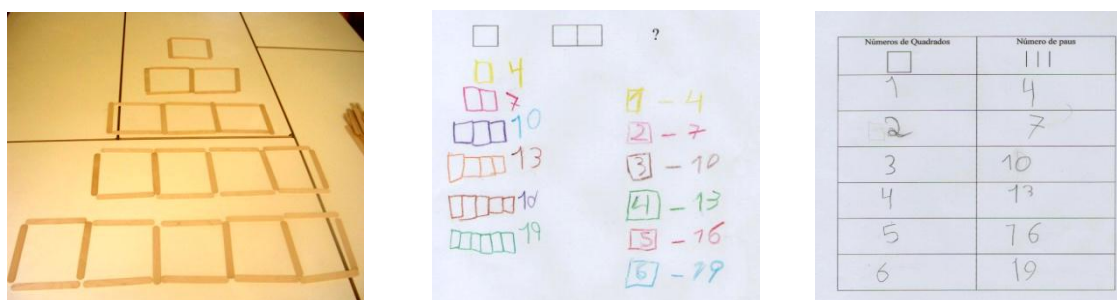


Figura 12. Representações mobilizadas pela Ana na tarefa “Paus e quadrados”

Na representação escrita a Ana, construiu autonomamente a sequência até ao 6º termo. Mais tarde, a Ana preencheu uma tabela que a educadora forneceu completando-a sem

dificuldades, fazendo as operações exigidas, usando os dedos das mãos para as suas contagens. Aliás, pode-se afirmar que a mobilização dos seus conhecimentos em relação ao sentido de número, à visualização espacial e aos padrões foram determinantes no seu desempenho. A utilização de material para simulação (representação ativa), foi a representação mobilizada que teve maior impacto durante a exploração desta tarefa. Tal como aconteceu na tarefa “Vamos pôr a roupa a secar”, também aqui o material manipulável foi fundamental na descoberta do padrão. A exploração do material levou a que a Ana mobilizasse uma estratégia já sua conhecida, que se prendia com começar com uma situação mais simples. Nesta exploração a Ana, baseada numa compreensão recursiva descobriu que o padrão subjacente à construção do termo seguinte era “mais 3”. Como já era usual, a Ana também representou por escrito as suas vivências escolhendo fazer uma lista organizada e uma tabela, para sistematizar e consolidar as suas conclusões. Na entrevista a Ana confirmou ter percebido o padrão subjacente à construção da sequência. Disse ter gostado desta tarefa: porque era de padrões; porque tinha materiais para construir.

Tendo em conta a sua idade, a Ana evidenciou ter muitos conhecimentos matemáticos, quer em relação ao sentido de número, quer em relação à geometria, quer ainda ao conceito de padrão, mobilizando os mesmos de um modo assertivo e adequado. Recorre também a ações e estratégias que vivenciou noutras experiências, mobilizando-as e adequando-as às situações emergentes. A mobilização de várias representações permitiu-lhe também descobrir, num processo de construção e reconstrução de ideias, as soluções dos problemas. As suas maiores dificuldades prenderam-se com a dificuldade em se concentrar aquando da apresentação das tarefas, tendo sido necessário repetir a apresentação das tarefas e os respetivos dados. Outra dificuldade evidenciada pela Ana foi a excessiva excitabilidade quando se introduzia material novo. Todavia, uma vez envolvida nas tarefas, ela imprimia uma marcante dinâmica que contagiava todo o grupo.

A Ana e a criatividade

Ao analisar o desempenho da Ana na exploração das tarefas propostas e tomando como referenciais as dimensões da criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade, parece poder afirmar que o mesmo se revestiu de aspetos muito criativos. Começando por salientar os aspetos pessoais, a Ana revelou sempre muita motivação, perseverança, curiosidade, fantasia, intuição, confiança, autonomia, aspetos estes que foram fulcrais na disposição mental da Ana para “atacar” as situações. Também o ambiente propiciou liberdade de escolha, de ação, disponibilizou materiais e promoveu a interação com os pares.

Na tarefa **“Nodi o pintor”**, a Ana, embora tivesse dado logo uma resposta espontânea sem ter em conta os dados da tarefa, na sua fantasia e jogo simbólico arranjou uma solução para todos os personagens da história atribuindo uma casa para cada um, dando logo ideias para a solução do problema. Depois de se apropriar dos dados, construiu e desconstruiu com o material, primeiro num processo de tentativa e erro e depois num processo de procura de soluções que mais lhe agradassem. Foi nestas tentativas que descobriu que nas construções das seis casas cada uma das peças se repetia. Depois desta descoberta começou a organizar a solução (com o material) representando-a de um modo organizado. Estas diferentes abordagens à tarefa mostraram que a Ana teve um pensamento flexível que se ia adaptando à medida que ela ia fazendo as suas conquistas. A seguir, e autonomamente, foi representar por desenho, no qual apresentou a solução de três modos diferentes, evidenciando assim fluência na resolução desta tarefa. Comparando as suas soluções com as dos seus pares, pode-se dizer que a originalidade se evidenciou no facto de ter sido a única a desenhar a solução de três modos diferentes e no facto de ter criado uma história envolvendo as personagens das aventuras do Nodi.

Na tarefa **“Os flamingos”** o pensamento flexível foi evidenciado pelas diferentes abordagens que a Ana fez à tarefa, mudando de ideias no processo de busca e resposta ao desafio. Começou por desenhar, tendo interrompido o desenho para dramatizar a situação. Depois, retomou o desenho tendo interrompido novamente para simular a situação com um registo iconográfico, que por ser mais rápido (e também mais abstrato)

facilitava a comunicação das suas ideias. Esta última foi considerada a solução mais original por não ter sido referida por mais nenhuma criança do grupo. Finalmente acabou o seu desenho tendo representado as três hipóteses possíveis da 1ª questão. Em resposta à 2ª questão, a Ana mobilizou ainda o material disponível para a simulação (imagens de flamingos) apresentando assim, as respostas possíveis da 2ª questão. As ideias e diferentes soluções dadas pela Ana demonstram a sua fluência na resolução desta tarefa.

Na tarefa **“Os amigos dão abraços”** o pensamento flexível da Ana foi evidenciado pelos diferentes modos de abordar a situação, mostrando que ia mudando de ideias à medida que o seu raciocínio se ia também construindo. Neste processo a Ana sugeriu a dramatização, primeiro numa abordagem de tentativa e erro, tendo depois recorrido à estratégia de simplificação (começar por uma situação mais simples), registou os dados no quadro em lista organizada (tipo tabela), registou no papel fazendo um esquema e uma lista organizada, tendo descoberto que o resultado do termo seguinte se construía com a soma dos dados do termo anterior (meninos e abraços) (e outras particularidades, como por exemplo que cada menino tinha dado quatro abraços). Considera-se este último modo de solucionar o problema foi original pois não foi dado por mais nenhuma criança do grupo. Também a fluência foi visível pelo número de respostas diferentes apoiadas em diferentes representações.

No que refere à tarefa **“Vamos pôr a roupa a secar”**, a flexibilidade esteve presente no investimento da Ana perante a tarefa. Em resposta à 1ª questão, começou por fazer uma estimativa, depois recorreu à dramatização manipulando o material, representou por desenho e tabela, chegando à descoberta do padrão e à generalização considerada distante (pelo menos para a sequência numérica sua conhecida). A fluência foi mais evidenciada na resposta à 2ª questão (de que outros modos poderia a Joana pôr a roupa a secar?), pois apresentou três soluções possíveis. A solução considerada original foi aquela na qual a Ana apresentou um padrão de repetição, numa das soluções possíveis.

Na tarefa **“O galinheiro da D. Mimi”** também a Ana mobilizou várias abordagens na resolução da mesma. Assim, a flexibilidade foi evidenciada nas ações que realizou como: registou os dados, fez contagens pertinentes, relacionou números e representou

por desenho atribuindo-lhe um aspeto de esquema. Não obstante, apenas ter dado uma solução, ela evidenciou originalidade quando criou um enredo, para justificar os ovos dos quais não tinham nascido pintainhos, mobilizando conhecimentos sobre a vida dos animais e dando significado à sua escolha (escolheu os grandes pois acha que levam mais tempo a chocar) e a esta experiência.

Na tarefa **“Paus e quadrados”** as várias abordagens mobilizadas pela Ana contribuíram para a construção do seu pensamento flexível. Começou por manipular o material, continuando a construção a partir do 2º termo, deixando assim de visualizar os termos anteriores. Mesmo assim, ela conseguiu encontrar o padrão subjacente à construção do termo seguinte (mais 3), fazendo contagens a partir de certa ordem. Ao mobilizar a estratégia de construir (com o material) todos os termos ela teve facilidade de representar no papel, no qual desenhou todos os termos da sequência, tendo também preenchido uma tabela. As várias abordagens, mobilizando também várias representações, levaram a Ana a apresentar a solução de dois modos diferentes o que evidenciou a sua fluência na resolução desta tarefa.

A Maria

A Maria como criança

A Maria fez seis anos em meados de 2011. Vive com os seus pais e irmã mais nova (de dois anos) na cidade de Viana do Castelo. Frequenta este JI desde os 3 anos, sendo este a opção de seus pais por se encontrar muito próximo da residência dos avós, os quais acompanham as netas na sua ausência. É filha de uma investigadora na área da biologia e de um engenheiro civil. A Maria diz que, quando for grande, quer ser educadora, pois adora crianças pequenas, principalmente bebés. De facto, é uma criança muito afetuosa e protetora relativamente às crianças mais novas. Nos tempos em que as crianças do JI estão todas juntas (no recreio, no horário de almoço, nas saídas e visitas), a Maria procura as mais novas querendo pegar-lhes ao colo, protegendo-as, ajudando-as em algumas tarefas e organizando jogos e brincadeiras para elas. Também este aspeto é

muitas vezes referido pelos seus pais e avós que dizem que ela também é muito responsável e protetora em relação à sua irmã.

É uma criança muito serena e está sempre muito atenta. Cumpre rigorosamente as regras da sala e do JI e está sempre a lembrá-las aos seus colegas. Por exemplo, a Maria antes de intervir, põe sempre o dedo no ar e só começa a falar quando toda a gente se cala para a ouvir. O mesmo acontece em relação a outras atividades, ou seja, ela só atua em grande ou pequeno grupo quando todos estão sossegados. Aliás, todo o grupo respeita o tempo da Maria quer quando fala, quer quando é a vez de ela desempenhar alguma ação, ficando calado, quieto e atento, pois acham que tudo o que ela diz está correto. Por isso, muitos elementos do grupo copiam as suas produções ou assumem os seus pontos de vista.

Toma decisões importantes nas vivências do grupo, motivando os pares para atividades e projetos. É muito responsável perante as tarefas que se propõe realizar, sendo também muito rigorosa na sua execução. É exigente consigo própria, impondo sempre às suas produções e ações muito trabalho e dedicação.

É muito bem aceite pelos seus pares que a admiram e respeitam e raramente se envolve em conflitos. Partilha os seus pertences e é solidária com todas as crianças, ajudando quando alguma tem dificuldades no desempenho de tarefas e dá mais atenção aquelas que ocasionalmente estão tristes ou doentes.

A sua área preferida é a “Casa”, na qual desenvolve o jogo simbólico gostando de assumir sempre o papel de mãe. No entanto, quando está muita confusão ou barulho ela procura áreas mais calmas, como a área dos livros e a área dos jogos e da matemática.

A Maria evidencia ter muito interesse pela leitura e pela escrita. Conhece todas as letras do alfabeto, distingue letras maiúsculas de minúsculas e letras manuscritas de impressas. Já lê e escreve muitas palavras, principalmente as que têm significado para ela e que são usadas no seu quotidiano. Elabora frases para comentar os seus desenhos e pede ao adulto para a ajudar a escrever, fazendo questão em ser ela própria a copiá-las. Tem um bom desenvolvimento da consciência fonológica e está na fase da escrita silábica alfabética.

É reservada na sua comunicação oral, principalmente em grande grupo, mas quando intervém, por sua iniciativa ou quando solicitada, fá-lo com segurança, com um discurso muito bem elaborado, fluido, contextualizado, com uma boa capacidade de argumentação e sustentação dos diálogos. Utiliza palavras pouco usuais em crianças na sua faixa etária. Explica muito bem o seu raciocínio, reconta histórias e acontecimentos com muito rigor, não se esquecendo de pormenores que, muitas vezes, embelezam o seu discurso.

Gosta de fazer experiências, evidenciando sempre curiosidade pelas transformações dos corpos e formula hipóteses para explicar as mesmas.

A Maria diz que adora JI porque é lá que tem amigos e é lá que aprende muitas coisas importantes. Diz também que é lá que ouve histórias que ela adora ouvir, que tem muitos jogos diferentes e que pode fazer coisas que em casa não pode fazer como correr, saltar, pintar, modelar com muitas pastas, etc. Está ansiosa por aprender a ler bem e depressa que é para poder ler as histórias dos livros sozinha.

A Maria e a relação com a matemática

No que refere às atividades no âmbito da matemática, a Maria evidencia sempre muito entusiasmo e motivação, quer nas tarefas propostas, quer nas atividades de escolha livre. Toma, muitas vezes, a iniciativa de escolher a área dos jogos e da matemática nos momentos de trabalho autónomo. Nesta área, ela elege os puzzles, os jogos com dados e os dominós. Gosta também de fazer construções com o tangran, com os blocos padrão, com cubos e com os blocos lógicos. Em relação ao sentido de número, a Maria tem uma boa intuição sobre números e suas relações. Por exemplo, reconhece e utiliza a sequência numérica até 20 (por ordem crescente e decrescente), embora saiba contar até 100. Conta também de 2 em 2, de 10 em 10 e a partir de certa ordem. Conta objetos com competência e faz operações simples, simulando as situações com o recurso ao material e aos dedos. Tem também desenvolvidas capacidades de relações numéricas como “mais um”, “menos um”, “mais dois”, “menos dois” ver instantaneamente um número (subitizing), utiliza o “5” e o “10” como número de referência, utiliza o cálculo

mental associado à adição de parcelas iguais ($3+3=6$ ou $5+5=10$). Identifica, nomeia e aplica corretamente os números ordinais até ao décimo.

Entende e preenche quadros de entrada simples, de dupla entrada, assim como gráficos de barras para registar e tratar dados, usando-os muitas vezes autonomamente para, por exemplo, tratar os dados relativos a uma caixa de lápis (quantos lápis azuis existem, quantos castanhos, qual a maior dominância de cor, etc).

Tal como acontece com a maior parte das crianças do grupo, também para a Maria as atividades de padrões são muito apreciadas. Ela facilmente identifica, continua e completa padrões repetitivos e de crescimento, já com alguma complexidade. Descobre padrões e regularidades na natureza (nas flores, nas conchas, nas paisagens), nas histórias, nas canções, nas lengalengas e nos mais diversos materiais. Reconhece e continua também padrões de crescimento, essencialmente aqueles que remetem para a construção da figura seguinte, mobilizando as suas competências de visualização espacial.

Em relação à geometria, reconhece muitas figuras e sólidos geométricos, argumentando sobre as suas características e diferenças. Gosta de fazer composições e pavimentações com os blocos padrão e com o geoplano e faz construções equivalentes. Constrói também sólidos geométricos com plasticina ou outras pastas (esferas, cilindros, cubos, paralelepípedos) falando sobre as suas características. Faz transformações geométricas através da dobragem de papel e do recurso a miras.

Na sua linguagem oral a Maria utiliza adequadamente muitos termos relativos à linguagem da matemática como é o exemplo do nome das figuras e sólidos geométricos e palavras como: “mais”, “menos”, “igual”, “somar”, “dividir”, “repartir”, “problema”, “hipótese”, “estratégia”, “lados”, “base”, “quilograma”, “litro”, “padrão”, “metade”, “figuras geométricas”, “sólidos”, “gráfico”, “tabela” e outros.

Questionada sobre a resolução de problemas, ela diz que gosta muito, porque são engraçados, porque tem materiais novos, mas tem que se pensar muito.

Ed - Então diz-me lá porque gostas tanto de problemas de matemática?

M- Gosto porque são engraçados e divertidos. Têm sempre uma história engraçada e trazem sempre materiais e coisas novas. Mas tem que se pensar bem, porque se não pensarmos bem não conseguimos resolver.

Ed - E como é pensar bem?

M - Pensar bem é [parou um pouco para pensar] é assim como tu dizes, ter uma atitude de escutar e aprender, ouvir com atenção, olhar para a pessoa que está a falar e pensar

naquilo que ela está a dizer [disse textualmente o que a educadora costuma dizer para apelar a atenção das crianças]. Depois fazemos tentativas. Se não der duma maneira, procura-se outra maneira e sempre assim, não é?

Ed - Pois é! E de que problemas gostas mais?

M - Gosto de todos. Eu consigo resolver sempre. Mas eu só gosto dos teus. Às vezes peço à minha mãe para me fazer um problema e ela não sabe como tu.

Ed - A tua mãe não sabe? Porque dizes isso?

M - Ela sabe, mas são assim, muito fáceis. Ela diz-me assim, por exemplo: cinco peras mais duas maçãs quantos são? Oh, já se sabe que são sete. Tem piada? Achas que tem piada? [disse quando viu a educadora a sorrir]. Olha, tens que fazer mais problemas e dás à minha mãe para ela me fazer quando vamos de carro, porque às vezes é uma seca.

Ed - E os que fazes aqui na escola, são difíceis?

M - Ai às vezes são! Às vezes tenho medo de não saber, mas depois tu dás pistas, eu penso [parou um pouco pensativa], fazemos desenhos, contas, teatros e depois nós conseguimos. É fixe, é como adivinhar as adivinhas. As adivinhas têm truques e nós temos que descobrir os truques.

De facto, a Maria, se bem que evidencie gostar das tarefas no âmbito da resolução de problemas, por vezes, revela alguns receios de errar, pois só dá respostas depois de estar algum tempo em silêncio, observando as tentativas dos pares e fazendo ela própria os seus raciocínios.

A Maria e a Intervenção Didática

Reações da Maria às tarefas

Ao analisar o comportamento da Maria ao longo das seis tarefas, pode-se dizer que o envolvimento com as mesmas foi um aspeto sistemático e evidenciado em todas. Embora seja uma criança um pouco contida e reservada no extravasar das suas emoções, o seu envolvimento era evidenciado pelas expressões faciais, pelo brilho no seu olhar e por alguma excitação revelado pelas reações do seu corpo, evidenciando entusiasmo e prazer nas suas ações. O modo como “agarrava” as situações, a persistência, o trabalho, a mobilização de estratégias e representações e a dinâmica que impunha com opiniões muito pertinentes e essenciais nos processos de resolução, também foram fatores muito importantes nas dinâmicas do grupo. Nunca mostrou desinteresse, nem aborrecimento pelas tarefas propostas, muito pelo contrário, as suas reações foram sempre de muita atenção e empenhamento, colocando muita energia e concentração em todas as situações principalmente nas mais complexas. Este comportamento levava a que a Maria

quando intervinha o fizesse com segurança, pois antes ela percorria um caminho pessoal de pensamento, organizando as ideias para depois as expor. Por vezes, esta falta de espontaneidade e receio de errar dificultava o acesso aos processos de pensamento realizados, mas que ela ultrapassava este constrangimento com uma explicação oral muito clara e perceptível.

A Maria e a Resolução de Problemas

Nodi o Pintor - Na tarefa “Nodi o Pintor”, à semelhança do que aconteceu com todos os elementos do grupo, também a Maria ficou entusiasmada com o material começando logo a explorá-lo fazendo construções. Construiu uma casa, um comboio, um gato, sendo estas construções apreciadas pelos seus colegas e por isso também copiadas.



Figura 13. Exploração do material da tarefa “Nodi o pintor” feita pela Maria

De vez em quando punha o dedo no ar e pedia à educadora para ir ver a sua construção. Como a educadora tinha questionado o grupo sobre o número de peças (e suas características) que tinham usado nas construções, também ela contava e falava sobre as peças usadas nas suas composições, nomeando os atributos (forma, cor). Descobriu, por exemplo, que com seis quadrados podia construir um retângulo “igual” à peça retangular. Também ela estava expectante com a situação, pois intuía que viria a caminho um outro desafio. Algumas crianças diziam que iam fazer um problema de padrão e ela dizia que, ou era de padrão, ou de figuras geométricas.

Quando a tarefa foi apresentada ao grupo a Maria estava, como sempre, muito atenta, calada, ouvindo todas as questões que algumas crianças colocavam e que educadora propunha para se certificar que a explicação tinha sido entendida por todos.

Começou então a manipular o material começando a construir as casas por tentativa e erro. Logo uma criança se juntou a ela para trabalhar sendo bem aceite. Estava muito atenta às regras e ia verbalizando com a colega: “Não, assim não pode ser porque já está aqui uma casa igual” ou “assim não pode ser porque não tem as três cores”. Também as crianças que estavam mais perto iam copiando as suas construções. Fez as seis casas e continuou a fazer tentativas para construir a sétima, embora outras crianças já tivessem dito que não conseguiam construir mais casas. A educadora questionou-a:

Ed - Então Maria, achas que consegues construir mais casas?

M - Acho que não! Já tentei de todas as maneiras. Olha, [ia pondo os telhados de uma cor e trocava as outras partes] vê, fica sempre igual a estas [apontando para as outras casas construídas]. Acho que são só estas, seis casas [disse sem contar].

Nas tentativas que fez também concluiu que nas construções das casas existiam dois triângulos, dois retângulos e dois quadrados da mesma cor. Então, desfez as casas e começou novamente a construí-las de um modo organizado, ou seja dispôs em linha dois triângulos amarelos, dois triângulos azuis e dois triângulos vermelhos e só depois construiu o resto das casas, trocando as cores das partes para que não ficassem iguais. De seguida, representou em desenho copiando a construção que tinha feito. Foi a Maria a criança escolhida para apresentar as conclusões ao grupo. Nesta apresentação começou por relembrar as regras, tendo de seguida explicitado pausadamente o seu raciocínio organizado:

M - Então, as casas têm que ter três cores e não podemos fazer casas iguais umas às outras [ia apontando para o seu desenho].

Ed - Mas, aqui este telhado é igual a este! [disse apontando e salientando a dificuldade que algumas crianças evidenciaram por acharem que por ter um elemento repetido as casas já eram iguais].

M - Sim, mas as casas não são iguais. Têm telhados da mesma cor, mas as paredes e as portas são diferentes, portanto não são casas iguais.

Ed - E porque é que organizaste assim? Dois telhados azuis, dois amarelos....

M - Para não me enganar. Há sempre duas coisas iguais, dois triângulos azuis, dois amarelos, ... [ia apontando para os pares de figuras que se repetiam ao longo da construção das casas]. Eu pus primeiro os telhados iguais e depois troquei as cores e assim é mais fácil.

Nesta tarefa o material manipulável foi essencial para a estruturação do pensamento da Maria. Ela começou por manipulá-lo num processo de tentativa e erro, mas aos poucos

foi-se apercebendo das suas características e foi construindo modos mais eficazes e organizados de apresentar a solução. Como já é uma prática instalada no grupo, também ela por iniciativa própria escolheu representar a solução através do registo escrito, neste caso recorrendo ao desenho. Neste tipo de representação ela usou características essencialmente pictográficas, com pormenores do contexto (como nuvens, sol, flores e o Nodi), evidenciando prazer em elaborá-lo.



Figura 14. Representação da tarefa “Nodi o pintor” elaborada pela Maria

Este também foi o instrumento usado para fazer a apresentação das conclusões ao grupo. Ao longo da tarefa a sua linguagem oral também foi fundamental para aceder ao pensamento da Maria e confirmar as suas ideias, já que o seu discurso é muito compreensível e acessível aos seus pares. Na entrevista ela diz ter gostado muito de resolver este problema porque era do Nodi (personagem que ela gosta muito), porque tinha ajudado o Nodi a descobrir a resolver o problema que “estava escondido” e porque tinha materiais para brincar.

Os Flamingos - Aquando a apresentação da tarefa “Os flamingos” a Maria estava atenta e calada. Mexia com os dedos como se estivesse a fazer contagens. Ouvia as discussões dos pares e estava inquieta. Algumas crianças olhavam para ela esperando uma resposta. A educadora perguntou:

Ed - O que achas Maria? Quantos flamingos poderiam lá estar?

M - Estou a pensar! Porque os flamingos podem estar com as duas patas no chão e podem também estar só com uma.

Ed - E então? Se eu vi cinco patas, quantos flamingos achas que lá estavam?

M - Por um lado podem estar cinco, todos só com uma pata no chão, e por outro lado, se um deles põe as duas patas no chão já não estão cinco patas, porque são [contou pelos dedos] seis patas. Assim, já não pode ser, tem que se tirar um flamingo [parou novamente

para pensar]. Quatro! Podem também estar quatro flamingos, um com as duas patas no chão e os outros só com uma pata).

Nessa altura a Ana deu a sugestão de se dramatizar a situação. A Maria foi para o quadro e começou a registar. Começou por desenhar os cinco flamingos com uma pata no chão. Depois, sem olhar para os colegas que estavam a dramatizar, desenhou por baixo quatro flamingos, sendo o primeiro com as duas patas e os outros três apenas com uma pata. Depois parou um pouco, começou a observar os colegas que estavam a dramatizar e logo depois continuou o seu registo fazendo três flamingos, dois com as duas patas e um com uma pata. Note-se que neste último registo ela antecipou o que os colegas iam dramatizar, pois registou antes que eles tivessem vivenciado esta última situação. No final do seu registo no quadro disse que havia “três hipóteses”, tendo explicado que poderiam estar cinco, quatro ou três flamingos.

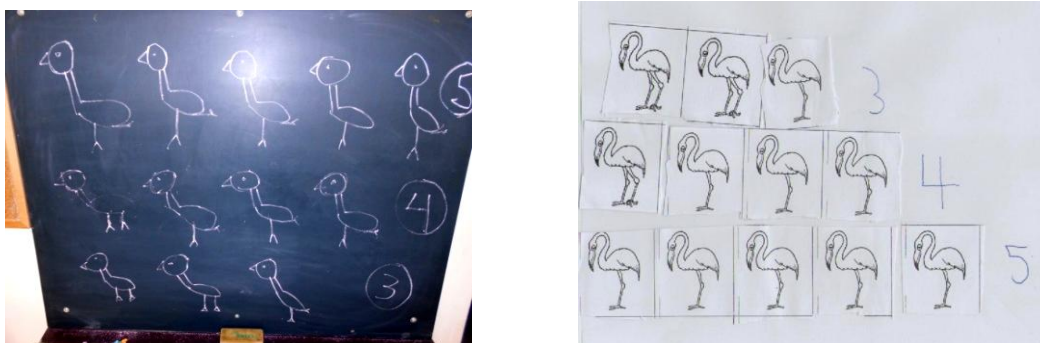


Figura 15. Representações das soluções possíveis mobilizadas pela Maria

Na resposta à 2ª questão (...e seis patas?), enquanto que os colegas iam dando sugestões, a Maria olhou para o registo que tinha no quadro e disse:

M - Quatro hipóteses!

Ed - Quatro hipóteses? Explica como estás a pensar.

M - É fácil. Põe-se aqui em cima seis flamingos só com uma pata [apontou para o quadro e por cima dos cinco flamingos desenhados] e depois aqui põem-se um com as duas patas, e aqui outro com as duas patas, e aqui outro com as duas patas [apontando para as parcelas de flamingos] e ficam todos com seis patas. Então há quatro hipóteses.

A Maria, através da visualização da representação em resposta à 1ª questão, conseguiu encontrar a solução para a 2ª questão, antecipando as soluções sem ter objetos visíveis. Escolheu representar com o material que a educadora forneceu, com imagens de

flamingos, recortando-as e colando-as numa folha organizadamente. Ao longo da tarefa evidenciou ter também muitas capacidades e destreza em relação ao sentido de número que facilitou todo o processo de contagens e de operações simples. Também as representações mobilizadas (desenho, dramatização, imagens de flamingo, linguagem oral) foram fulcrais quer para o desenrolar da tarefa, quer para sistematizar as soluções dando evidências do seu modo de pensar. Na entrevista pôde-se confirmar o raciocínio da Maria, tendo a mesma também chegado à conclusão, por sua iniciativa, e usando as mesmas estratégias, de que para sete patas existiam também quatro hipóteses, evidenciando tentativas para a extensão do problema e para generalizar. Conseguiu também relacionar o número de flamingos com o facto de estarem ou não na posição unipedal. Diz ter gostado desta tarefa porque os flamingos são “aves muito bonitas, elegantes e amorosas” e porque gostou de os desenhar e encontrar as respostas certas e porque foi um momento divertido.

Os amigos dão abraços - Na tarefa “Os amigos dão abraços”, a Maria mostrava-se concentrada e motivada desde a sua apresentação. Todavia, enquanto o resto do grupo ia dando respostas e sugestões a Maria permanecia calada e começou a mexer nos dedos como estando a fazer contagens. De repente, põe o dedo no ar para pedir para falar. A educadora deu-lhe a palavra e ela disse:

M - Vinte! Eu acho que são vinte abraços.

Ed - Vinte abraços? Como pensaste?

M - Eu contei pelos dedos. Então, cada menino dá quatro abraços. Eu contei quatro mais quatro, oito, [fez uma pausa] nove, dez, onze. doze, [fez outra pausa] treze, catorze, quinze, dezasseis [outra pausa] dezassete, dezoito, dezanove, vinte.

Ed - Muito bem Maria, fizeste aí uma conta muito grande e só com os dedos. Mas repara. Os meninos só se podem abraçar uma vez, ou seja, só podem tocar noutro menino uma vez. Por exemplo, se nós as duas nos abraçarmos assim [a educadora dá-lhe um abraço] tu já me deste a mim e eu a ti. Percebeste?

A Maria abanou a cabeça como que dizendo que sim. Ficou pensativa. Depois envolveu-se na dramatização que a Ana tinha sugerido, tendo começado a registar também numa folha de desenho do mesmo modo que a Ana estava a registar no quadro, ou seja, dois meninos - um abraço, três meninos - três abraços e assim sucessivamente. Depois de algum tempo de exploração da tarefa a educadora perguntou se alguém tinha outro modo de resolver o problema. A Maria pôs o dedo no ar e começou a dizer:

M - Põe-se assim os cinco amigos [dispôs as crianças, que estavam a pé por ter dramatizado a sugestão da Ana, em linha]. Por exemplo, primeiro vai a A e dá um abraço à B, ao C, à D e à E. Dá quatro abraços [a A era a primeira da linha e saiu do sítio para abraçar as outras crianças]. Depois vai a B e abraça o C, a D e a E, dá três abraços ... não dá à A porque já deram. Quatro, cinco, seis, sete. São sete abraços [foi explicando o seu raciocínio, fazendo as operações enquanto dramatizavam a situação] ... e a E não dá a ninguém porque já deu a todos. São dez abraços.

Todas as crianças estavam atentas e envolvidas na sugestão da Maria. Ela explicava de um modo muito seguro e claro todos os passos. Na primeira resposta que deu “vinte abraços” ela atribuiu quatro abraços a cada criança, mas percebeu que se assim fosse as crianças abraçavam-se mais que uma vez. Quando se pensava que ela tinha assumido a sugestão da Ana, porque as suas ações assim o evidenciavam, inesperadamente, a Maria reconstruiu o seu raciocínio tendo obtido uma solução diferente para o problema (ou seja $4+3+2+1=10$). Em resposta à 2ª questão (seis amigos quantos abraços vão dar?) ela também usou o mesmo raciocínio, sem precisar da dramatização, mas somou 5 aos 10 da parcela anterior ou seja $5+(4+3+2+1)$. Também na entrevista, ela, ainda, fez a extensão do problema, tendo dito que sete amigos davam vinte e um abraços, explicando que somou seis aos quinze da parcela anterior tendo feito uma generalização próxima. Representou este raciocínio através do desenho, tendo feito os cinco meninos unidos por linhas que representavam os abraços dados. Preencheu também uma tabela que a educadora disponibilizou para sistematizar o seu raciocínio e apresentar ao grupo.



Figura 16. Representações mobilizadas pela Maria na tarefa “Os amigos dão abraços”

As representações mobilizadas e combinadas (dramatização, desenho, tabelas, linguagem oral) foram importantes quer na evolução do seu raciocínio, quer na descoberta do padrão de um modo recursivo quer ainda na consolidação e sistematização das

conclusões. Nesta tarefa a Maria mais uma vez evidenciou ter muitas competências em relação ao sentido de número e um raciocínio elaborado e organizado com níveis altos de abstração para a sua idade. Diz ter gostado muito de fazer este problema porque era sobre a amizade, porque se deram muitos abraços amigos e porque tinha contas grandes que ela gosta de fazer.

Vamos pôr a roupa a secar - À semelhança do que acontecia com todas as crianças, também a Maria ficou muito entusiasmada e excitada com o material usado na tarefa “Vamos pôr a roupa a secar” (cordas, panos de cozinha e molas). O estendal foi montado na área da “Casa” o que também provocou a sensação de que se ia brincar com algo relacionado com esta área muito apreciada por todas as crianças. Quando se apresentou a 1ª questão (tendo seis panos, de quantas molas precisaria a Joana?), foi dada a sugestão de se fazer uma dramatização, tendo a Maria, a seu pedido, sido escolhida para ser a protagonista da história.



Figura 17. Dramatização da tarefa “Vamos pôr a roupa a secar realizada pela Maria

Algumas crianças iam dando sugestões de soluções, mas a Maria continuava calada e muito absorvida no que estava a fazer, evidenciando prazer nesta simulação com o material. Depois de colocar os seis panos olhou para o estendal e disse “sete”. No entanto já outras crianças tinham chegado a essa solução. Todavia, nos desafios seguintes (e sete panos, quantas molas?, E oito panos, quantas molas?) ela rapidamente dizia a solução, fazendo uma generalização distante. Quando se pediu para explicar o modo como pensou, ela referiu:

M - É sempre mais uma. Se fossem, por exemplo [parou um pouco para pensar] trinta panos eram precisas trinta e uma molas. É sempre assim.

Ed - Os teus colegas dizem que é um padrão, o que achas?

M - É, é. É um padrão, é sempre, sempre mais uma!

Ed - Mais uma? O que é que é mais uma?

M - Mais uma mola que os panos. E há padrões que são mais dois, nós já fizemos, com os olhos e os sapatos.

Ed - Pois já! E aqui, com estes panos consegues fazer um padrão “mais dois”? [a educadora desafiava para a sequência dos números pares]

M - Consigo! [parou durante uns instantes a olhar para o estendal] olha, ponho aqui no meio dos panos mais uma mola [começou a colocar no meio de cada pano uma mola, contando e recontando as molas]. Olha, são sempre mais duas... um pano, três molas, dois panos,[parou um pouco olhando para as molas] três mais duas, cinco molas [foi fazendo este raciocínio até ao 6º pano] seis panos, onze mais duas,... onze, doze, treze molas.

Surpreendentemente a Maria deu uma resposta inesperada tendo formulado um problema com alguma complexidade e conseguindo expandi-lo, relacionando o número de molas com o termo anterior, adicionando-lhe sempre mais dois. Entretanto as outras crianças já divagavam sobre molas, panos e outras roupas e situações. A educadora alertou para a descoberta da Maria e foi ela que explicou a sua sequência, tendo também feito uma generalização ainda que próxima. Outras sugestões foram aparecendo quando se desafiou para outros modos de pôr os panos a secar, aos quais a Maria esteve sempre atenta. A Maria fez também um padrão de repetição tendo optado por colocar, alternadamente, panos na horizontal e na vertical, pondo as molas tal como na primeira situação (um pano duas molas, dois panos três molas, ...), passando o número de molas a ser irrelevante. Representou por desenho as três situações experienciadas, no qual integrou listas organizadas para organizar os seus dados.

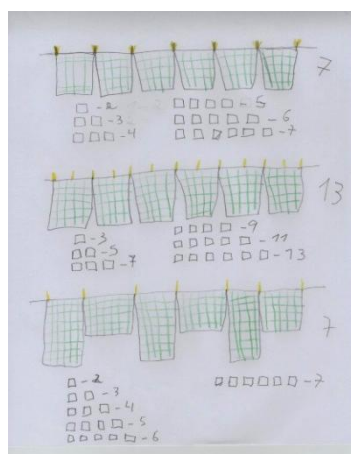


Figura 18. Representação das três soluções à tarefa “Vamos pôr a roupa a secar” elaborada pela Maria

Também aqui as representações mobilizadas foram essenciais na descoberta dos padrões, no processo de procura e resposta às diferentes situações e na possibilidade de aceder aos modos de pensar da Maria. Manifestou ter gostado muito desta tarefa porque gosta de pôr a roupa a secar e porque se inventavam padrões muito engraçados.

O galinheiro da D. Mimi - À medida que a educadora ia apresentando a tarefa, repetindo e enfatizando os dados da mesma, a Maria começou logo a registá-los numa folha, assumindo o modo como estava a ser representado no quadro por outra criança (figura 19), ou seja diferenciou os ovos por número e características dispondo-os em linhas. Depois escreveu “15”, para representar o número de pintainhos nascidos. Contou os ovos e depressa chegou à conclusão que eram vinte ovos e escreveu “20”. Depois rodeou os cinco ovos da 4ª linha e escreveu “5”. Interpelada sobre a sua representação a Maria explicou:

M - Não nasceram todos, estes cinco não nasceram, porque são vinte ovos e só nasceram quinze pintainhos.

Ed - E como sabes que não nasceram cinco pintainhos?

M - Porque contei. contei os ovos todos e são vinte. Depois contei quinze ovos e ficaram estes, que são cinco [indicou os últimos ovos da última fila] e depois vi aqui que estes ovos pequenos são cinco e escolhi estes cinco (...) Só nasceram pintainhos dos ovos brancos, dos ovos castanhos, dos ovos às pintas e dos ovos grandes, estes cinco pequenos não nasceram.

De seguida a Maria resolveu ir para o pé de outra colega que estava a simular a situação com a ajuda dos policubos. Ajudou a colega a organizar os policubos por cores, colocando-os do mesmo modo como fez no seu desenho e ajudou a fazer as contagens, explicando com muita clareza e segurança. As duas estavam muito entusiasmadas com o material. A representação privilegiada pela Maria foi a do desenho, já com características iconográficas e simbólicas que facilitam o registo, e foi o responsável pela sua resposta, quando, por percepção instantânea, escolheu os cinco ovos pequenos como solução.

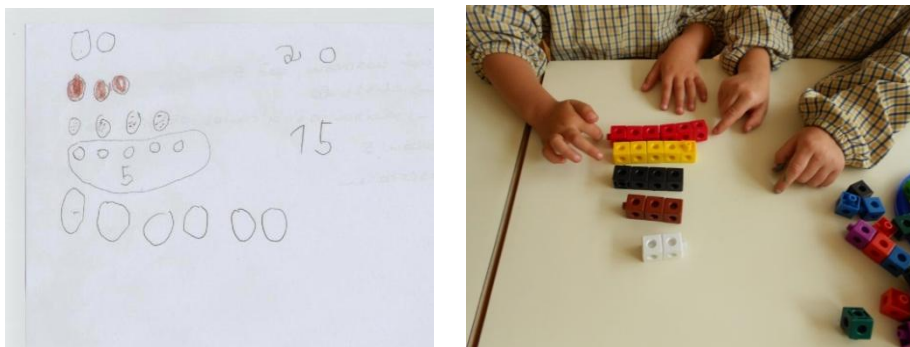


Figura 19. Representações mobilizadas pela Maria na tarefa “O galinheiro da D. Mimi”

Na entrevista ela evidenciou ter gostado deste desafio porque era fácil, porque era de galinhas e ovos e os avós também tinham todas “aquelas espécies de galinhas e ovos” e porque se tinha divertido com a amiga na exploração do material.

Paus e quadrados - Nesta tarefa a Maria estava muito animada com a exploração do material, fazendo construções geométricas e estando sempre a reivindicar a educadora e os seus colegas para ver as suas construções. Falava sobre as figuras que construía, mostrando segurança e adequação quando se referia a figuras como triângulos, quadrados, retângulos. Comentava as construções dizendo, por exemplo: “tem um quadrado e quatro triângulos”, ou “a minha construção tem cinco quadrados, quatro pequenos e este grande” (reconhecendo figuras dentro de figuras). Contrariamente ao que acontecia com a maioria das crianças do grupo que estava desconcentrado e excitado com o material, a Maria era das poucas crianças que estava atenta e concentrada aquando a apresentação da tarefa. Começou a construir o 3º termo pedido, fez a contagem dos paus usados e disse “dez”. A educadora desafiou:

Ed - Então, três quadrados precisam de dez paus?

M - Sim, aqui estão dez paus!

Ed - E dois quadrados, lembras-te de quantos paus precisavam?

M - De sete [disse depois de construir os dois quadrados].

Ed - E um quadrado, de quantos paus precisou?

M - De quatro, porque um quadrado tem quatro lados [fez um quadrado a pedido da educadora. Depois olhou para as três construções e disse], são mais três!

Ed - Mais três? O que é que são mais três?

M - De uma construção para a outra tem que se pôr mais três paus. Olha, aqui são mais três que aqui e aqui são mais três que aqui. Começa-se com um quadrado e depois construímos dois, e depois construímos três (...) e sempre assim para se perceber que são mais três (...)

Ed - E a 4ª figura, quantos paus precisam?

M - De treze [disse depois de contar pelos dedos a partir do dez e só depois é que construiu a figura]

A Maria continuou a construir até ao 5º termo, tendo percebido o padrão subjacente à construção da sequência, fazendo também as operações exigidas, usando os dedos e contando a partir de certa ordem. A construção que a Maria fez, começando com uma situação mais simples, foi estendida a todo o grupo, que colaborou com sugestões e foi essencial para que, quer a Maria, quer as outras crianças entendessem a sequência e o padrão a ela implícito. Na representação escrita, escolheu o desenho, no qual, autonomamente, explicitou as construções até ao 6º termo, tendo também completado uma tabela sugerida pela educadora.

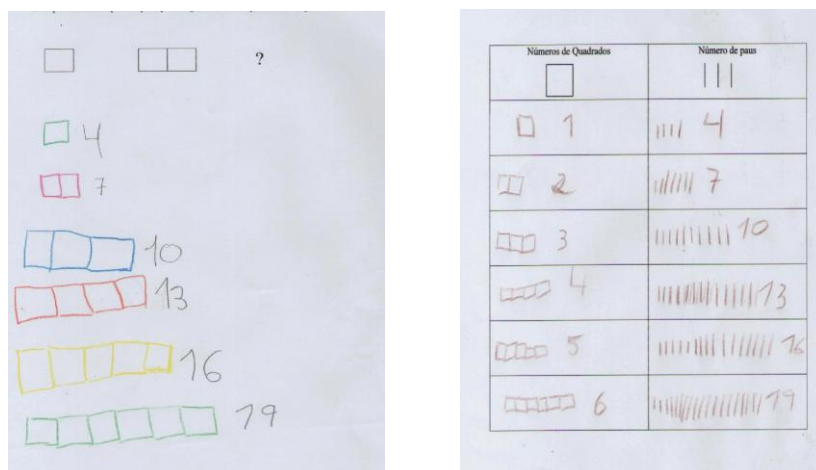


Figura 20. Representações mobilizadas pela Maria na tarefa “Paus e quadrados”

Também nesta tarefa, as representações mobilizadas foram determinantes, na construção das ideias e na manifestação de raciocínios mais elaborados. Na entrevista a Maria disse ter gostado muito desta tarefa porque tinha material para fazer construções e porque era de padrões.

Como já foi referido, a Maria ao longo das tarefas evidenciou ter muitos conhecimentos matemáticos que contribuíram para a resolução com sucesso e destreza dos problemas. Salienta-se a sua excecional intuição com os números, tendo apropriadas muitas relações entre números. Também as relações geométricas e as capacidades de

visualização são evidentes no seu desempenho. O conceito de padrão e o modo como a Maria reage às atividades neste âmbito manifestaram-se profícuas na resolução das tarefas. A Maria revelou também ter capacidades inerentes à resolução de problemas, pois mobiliza conhecimentos anteriores adequando-os às situações, formula hipóteses, descobre estratégias, recorre a muitos modos de representação e argumenta explicitando o seu raciocínio de um modo muito compreensível. Não se evidenciaram dificuldades, embora o seu receio de errar seja talvez um fator que inibe uma maior espontaneidade, onde fosse mais fácil aceder ao seu pensamento e que proporcionasse situações emergentes a explorar de outros modos.

A Maria e a criatividade

Ao analisar o trabalho realizado pela Maria em torno das seis tarefas, verifica-se que o seu desempenho evidenciou muitos aspetos criativos. Começando por salientar as características da sua personalidade, a Maria revelou muita atenção, empenhamento, persistência, autonomia, atividade mental, gosto por desafios complexos, características estas que foram fundamentais na motivação e envolvimento sentidos e, consequentemente, no modo como a Maria agarrou as situações, sendo ela muitas vezes o “motor” que fazia avançar nas tarefas e dar-lhes um cunho mais complexo e elaborado. São de salientar, também, os seus conhecimentos no âmbito da matemática, quer relativamente aos conceitos, quer aos processos inerentes à resolução de problemas, que se manifestaram fundamentais nos caminhos que percorreu, evidenciando também a fluência a flexibilidade e a originalidade do seu pensamento.

Na tarefa “**Nodi o pintor**”, depois de se ter apropriado dos dados começou a fazer várias abordagens com o material, primeiro num processo de tentativa e erro passando depois para uma representação organizada, num processo de construção e reconstrução de respostas mais elaboradas e que mais a satisfiziam. Depois recorreu ao desenho, para explicitar e registar o seu raciocínio. Estas diferentes abordagens à tarefa, mudando de direção à medida que o seu raciocínio se ia organizando constituem evidências do seu pensamento flexível. As diferentes respostas que foi elaborando, mobilizando diferentes

representações (simulação com o material, desenho) mostram também que a Maria foi fluente na resolução desta tarefa.

Relativamente à tarefa **“Os flamingos”**, o pensamento flexível da Maria foi evidenciado pelas diferentes abordagens que fez à tarefa. Começou por registar, no quadro, os dados decorrentes da dramatização que se estava a vivenciar, apercebendo-se que havia várias hipóteses de solução. Antecipou, também, soluções antes que as mesmas fossem simuladas pela dramatização. Descobriu também, através da representação do quadro, a resposta à 2ª questão tendo sido original no modo como sugeriu a solução (diálogo p. 125). Recorreu ao material para simular a situação e apresentar a solução de outro modo. Fez a extensão do problema fazendo tentativas para encontrar um padrão e generalizar. Todas estas respostas comprovam a fluência na resolução desta tarefa.

Na tarefa **“Os amigos dão abraços”**, a Maria começou por dar uma solução para o problema que, embora não estivesse correta evidenciou uma lógica muito pertinente, que atribuía quatro abraços a cada criança, tendo feito adições sucessivas apenas com o recurso aos dedos e ao cálculo mental. Este erro fez com que a Maria reconstruísse o seu raciocínio, à medida que mobilizava estratégias e representações (dramatização, lista organizada, desenho), mostrando assim a flexibilidade e a fluência do seu pensamento. A sua resposta a esta tarefa foi considerada muito original, pois não foi dada por mais nenhuma criança, nem fazia parte das expectativas da educadora (a 1ª criança dava quatro abraços, a 2ª dava três abraços, a 3ª dava dois abraços, a 4ª dava um abraço e a 5ª não dava nenhum, totalizando dez abraços). Fez também a extensão do problema, tendo descoberto o padrão implícito na sequência, generalizando proximamente.

Na tarefa **“Vamos pôr a roupa a secar”**, a Maria, através da simulação da situação com o material chegou facilmente à solução da 1ª questão, descobrindo o padrão implícito na sequência (mais 1) e fazendo uma generalização distante, pelo menos para a sequência numérica sua conhecida. Em resposta à 2ª questão mobilizou várias abordagens tendo apresentado dois modos diferentes de pôr os panos a secar. Num deles, formulou e solucionou uma sequência em que o padrão implícito era “mais dois”, numa sequência de números ímpares, tendo sido uma resposta apenas dada por si,

considerada incomum e, por isso, considerada muito original. No outro, apresentou um padrão de repetição no qual dispôs, alternadamente, os panos na vertical e na horizontal, contando depois o número de molas usadas. Esta solução também foi dada apenas pela Maria. Também nesta tarefa as diferentes abordagens que fez, as tentativas para formular problemas e os solucionar e o número de respostas dadas enformadas em diferentes representações evidenciam, respetivamente, a flexibilidade e a fluência na resolução desta tarefa.

Na tarefa **“O galinheiro da D. Mimi”**, a Maria mobilizou várias representações que foram essenciais no processo de procura e resposta da solução. Registou os dados através do desenho, fez contagens, simulou com o material, construindo assim o seu raciocínio e dando evidências da flexibilidade. A originalidade também foi comprovada no modo como organizou a sua resposta, ou seja, ela foi a única criança do grupo que escolheu aqueles “cinco ovos pequenos” para identificar os que não tinham dado origem a pintainhos. Quase todas as crianças depois de fazerem contagens escolhiam ou os primeiros cinco ovos, ou os últimos cinco ovos para as suas respostas. A Maria por percepção visual verificou que na 5ª linha de ovos do seu desenho, estavam cinco ovos e adequou essa quantidade à resposta que tinha que dar, escolhendo-os para designar os ovos dos quais não tinham nascido pintainhos. Assim, a sua capacidade de perceber uma quantidade instantaneamente contribuiu para que desse uma resposta original.

As várias abordagens reunidas e combinadas pela Maria na resolução da tarefa **“Paus e quadrados”**, levaram-na a descobrir o padrão implícito na construção do termo seguinte da sequência, mostrando também a flexibilidade do seu pensamento. Tal como as outras crianças do grupo também a Maria começou a construir o 3º termo da sequência, deixando de visualizar os termos anteriores. Depois, através da manipulação do material e dos desafios emergentes, a Maria resolveu construir os termos anteriores, facilitando assim a visualização que foi fundamental na construção dos termos seguintes e na descoberta do padrão, quer para si quer para as outras crianças do grupo. Optou por representar a solução através do desenho e de uma tabela o que demonstra a fluência na resolução desta tarefa.

CAPÍTULO V – CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões baseadas na análise realizada sobre os dados recolhidos na Intervenção Didática. Procurando ir de encontro às questões de investigação delineadas no início do estudo, configurou-se esta análise em torno de dois tópicos: (1) A relação com a matemática e (2) A Resolução de Problemas e a criatividade.

Termina com uma breve reflexão sobre a experiência desenvolvida, focando sobre as implicações na prática profissional da investigadora e em algumas limitações, tanto no que refere ao trabalho realizado com as crianças como no que respeita à investigação. Nesta reflexão serão também apontadas algumas recomendações para investigações futuras.

Principais Conclusões do Estudo

Através deste estudo procurou-se analisar e compreender as reações e desempenhos das crianças na exploração de tarefas centradas na resolução de problemas e a sua relação com a criatividade. No âmbito desta problemática, tendo como referência as questões que orientaram este estudo a sustentação teórica e depois da análise efetuada sobre os dados recolhidos é possível destacar algumas conclusões.

A relação com a matemática

Neste ponto serão apresentadas alguns aspetos que evidenciam a relação das crianças-caso com a matemática, nomeadamente com as tarefas incluídas na Intervenção Didática. Sempre que pertinente far-se-á uma alusão ao grupo com as quais as crianças interagiram.

Depois de analisar o trabalho da Ana e da Maria ao longo das diferentes tarefas foi possível verificar que estas crianças aceitaram com muito entusiasmo todas as tarefas propostas, tendo sempre chegado à solução, ou soluções, nunca manifestando desinteresse ou desânimo perante os obstáculos. Pelo contrário, o empenhamento e

perseverança foram aspetos evidenciados em todas as tarefas. Este comportamento era também muitas vezes o motor de motivação para as restantes crianças do grupo, pois o prazer que impunham ao trabalho contagiava as outras crianças. Embora não fosse objetivo fundamental chegar à solução ou soluções, mas sim todos os contornos do processo, verificou-se que ambas as crianças tinham elas próprias esse objetivo, o de chegar a soluções que as satisfizesse, manifestando alegria quando o conseguiam. Embora com personalidades diferentes, ambas se envolveram nas tarefas investindo energicamente nelas. Como Laevers (1994) refere, o envolvimento é uma qualidade da atividade humana, sendo a motivação uma das suas características predominantes. Ao longo das seis tarefas, a Ana e a Maria manifestaram comportamentos que indicam quando uma criança está envolvida, como: a atenção e sensibilidade aos estímulos, o investimento enérgico nas tarefas, a mobilização das suas capacidades cognitivas e outras, a persistência, o prazer na realização das tarefas e a satisfação perante os resultados alcançados. Segundo o autor, o envolvimento leva a que a criança ganhe uma experiência de aprendizagem profunda, motivada, intensa e duradoura. Sobre este aspeto também Lester (1983) argumenta que a motivação é fundamental no desenvolvimento das tarefas que envolvem a resolução de problemas matemáticos, pois uma situação deixa de ser problema se não for desejada pelo aluno.

Em relação à Ana, ao longo de cada uma das tarefas foi visível o entusiasmo, energia e excitação que imprimia, correndo riscos, testando as escolhas que fez e aproveitando os próprios erros para redefinir estratégias. Aliás, as suas características pessoais - a espontaneidade, a curiosidade, a perseverança, a confiança, a segurança, o gosto pelo desafio, a autonomia, a coragem para correr riscos sem receio de errar - fizeram com que o seu desempenho fosse muito particular e em muitos aspetos diferentes dos seus colegas. Raramente era influenciada pelas ações dos colegas, querendo ela própria percorrer os caminhos que a levam às soluções dos problemas, revelando muita autonomia. A sua espontaneidade fazia com que as primeiras respostas fossem baseadas na intuição e por vezes erradas, mas aproveitava os próprios erros para redefinir estratégias. Era muito fácil aceder ao seu pensamento pois a Ana acompanhava

a sua ação com verbalizações constantes, construindo e reconstruindo o seu percurso e facilitando a compreensão dos processos que ia realizando.

A Maria embora fosse mais contida e reservada, o seu envolvimento era mais evidenciado pelas suas expressões faciais e reações corporais. A atenção, concentração, persistência e empenhamento foram características pessoais muito visíveis e que foram muitas vezes determinantes no desenrolar das tarefas. Embora não fosse espontânea como a Ana, a Maria quando intervinha, fazia-o com segurança e na maior parte das vezes os seus raciocínios eram pertinente e essenciais para chegar à solução ou soluções. O seu discurso era também muito claro e perceptível o que também favoreceu o acesso ao seu modo de pensar. Estas características pessoais, quer da Ana quer da Maria vão ao encontro dos pressupostos defendidos por Csikszentmihalyi (1988) e Rogoff (1993) de que os aspetos como o temperamento, a personalidade, os valores e atitudes, a par de fatores educativos, sociais e ambientais, são fundamentais para compreender como e quando as ideias são produzidas e são essenciais na resolução de problemas e na construção de um pensamento criativo.

Sobre as tarefas exploradas, a Ana afirmou gostar muito de todas, principalmente das que envolviam o trabalho com padrões. Apelidou estas tarefas de “enigmas” que lhe dão prazer em descobrir. Relativamente às seis tarefas propostas a Ana referiu várias razões para justificar o gosto pela sua exploração como: “era de padrões”, envolvia histórias do seu agrado, proporcionavam a manipulação de material, promoviam a dramatização e a simulação de situações, proporcionaram atividades como desenho, recorte e colagem, tinham “números” e favoreciam as operações. Referiu também que “era difícil”, nomeadamente quando se referiu à tarefa “Os amigos dão abraços”. Justificou esta razão explicando que “era difícil de explicar”, mas que gostava de desafios difíceis. Quanto à Maria, também ela manifestou gosto pelas tarefas, justificando as suas afirmações com as seguintes razões: porque tinha chegado à solução, porque possibilitaram a manipulação de materiais, porque eram “divertidos”, porque envolviam animais (os flamingos, “aves bonitas, elegantes e amorosas” e galinhas e ovos, como no galinheiro dos avós), porque era “sobre a amizade”, porque gosta de inventar padrões e porque envolviam números e operações “grandes”. Tanto a Ana como a Maria relevam

muito a manipulação com o material e a contextualização das tarefas através de histórias e de situações que tenham a ver com o seu quotidiano ou com as suas motivações tornando-as assim significativas. O facto de o contexto e enquadramento das tarefas ser familiar às crianças favoreceu também o desenvolvimento da tarefa e tornou-se uma vantagem para o fluir das situações. Desta forma, as crianças encontravam-se motivadas pois o contexto estava relacionado com as suas vivências.

O recurso ao material foi uma prática constante no decorrer da intervenção didática, pois todas as tarefas contemplaram o recurso ao mesmo. Por vezes, este foi um fator provocador de excitabilidade, principalmente em relação à Ana e a outras crianças do grupo. Embora fosse dado tempo para que as crianças explorassem o material antes da proposta da tarefa, por vezes foi difícil concentrarem-se na tarefa pois queriam continuar com as suas explorações individuais. No entanto, foi um facto de que o material foi imprescindível pois além de constituir um instrumento motivador, ajudou também as crianças a estruturar e a comunicar os seus raciocínios, facilitou a visualização, a descoberta e compreensão de padrões, as contagens, as operações e constituiu-se também como modelos elucidativos para registos escritos das situações vividas. A este propósito as OCEPE (1997) enfatizam a importância de proporcionar experiências desafiadoras que desenvolvam a capacidade de resolver problemas e que ajudem a construir a matemática a partir de situações geradas no contexto das experiências do dia-a-dia, partindo sempre do que a criança já sabe e com recurso a materiais manipuláveis, pois estes constituem ferramentas essenciais que ajudam a desenvolver a capacidade de pensamento das crianças e a tornar a aprendizagem significativa. Estas evidências levam-nos a concluir que estas crianças têm uma relação positiva com a matemática nomeadamente com as que envolvem a resolução de problemas, fator que condicionou o seu empenhamento nas várias resoluções. Nesta linha vários autores e documentos curriculares (eg. Baroody, 2002; ME-DEB, 1997; ME-DGIDC, 2007; Miguéis & Azevedo, 2007; Moreira & Oliveira, 2003; NAEYC & NCTM, 2002; NCTM, 2000; NRC, 1989; Vale et al., 2006, Vale et al., 2009) enfatizam a importância de uma formação que promova, desde cedo uma relação positiva com a matemática que será fundamental na integração

social, no sucesso das aprendizagens futuras bem como na aprendizagem ao longo da vida.

Os conhecimentos matemáticos mobilizados, quer pela Ana quer pela Maria, também se constituíram como determinantes e fundamentais no modo como se cada uma explorou as tarefas. Ambas mostraram ter muitos conhecimentos em relação ao sentido de número (contagens de objetos, contagens visuais, *subitizing*, contagem a partir de certa ordem, relações como “mais 1”, “menos 1”, “mais 2”, “menos 2”, número de referência, operações simples) e à organização de dados (em tabelas e listas organizadas), a conceitos geométricos (características das formas geométricas, visualização espacial, construções geométricas) ao conceito de padrão e ainda em relação às estratégias para resolver as tarefas. Como referem alguns autores (e.g. Baroody, 2002; Ginsburg, 1989; Nunes e Bryant, 1997; Resnik, 1989) as crianças pequenas revelam capacidades surpreendentes e muito vezes complexas no modo como exploram e nas estratégias que mobilizam nas suas experiências matemáticas, mostrando possuírem competência para resolver problemas anteriormente insuspeitada.

Se bem que os conhecimentos prévios facilitaram a resolução das tarefas, também é verdade que à medida que as crianças se foram envolvendo em várias tarefas foi crescendo a destreza em relação às suas capacidades matemáticas e em relação aos níveis conceptuais. Como defendia Pólya (2003) aprende-se a resolver problemas resolvendo muitos problemas. Nesta assunção está também a ideia de que os alunos tanto aprendem matemática resolvendo problemas como aprendem matemática para resolver problemas.

O facto de se ter desenvolvido a intervenção didáctica num grupo mais pequeno (note-se que todas as crianças do grupo/turma tiveram oportunidade de explorarem as mesmas tarefas, mas apenas um grupo de onze crianças foi alvo do estudo) fez com que as interações estabelecidas entre as crianças do grupo dessem oportunidade a todos de se envolverem nas tarefas e de comunicarem os seus raciocínios. Favoreceu também uma maior responsabilização pessoal na resolução das tarefas, a atenção e a perseverança. As conversas e discussões, as diferentes ideias e sugestões surgidas, os diferentes níveis de conhecimento, tornavam o contexto rico quer no âmbito da matemática, quer no âmbito

de outras áreas, além de serem momentos ricos do ponto de vista da comunicação nomeadamente da linguagem oral. Por vezes o erro de uma criança era a alavanca para redefinir estratégias quer para a própria quer para as outras crianças. Ou então as ideias, sugestões e explicações de umas faziam avançar também outras crianças. No caso da Maria, ela estava muito atenta a todas as sugestões dos colegas, nomeadamente da Ana que verbalizava tudo que pensava, e geralmente rematava com uma sugestão pertinente, adequada e que era fruto de uma reflexão individual, mas que tinha por base o contributo dos seus pares. Notou-se ao longo da intervenção didática que, as crianças menos participativas e com maior dificuldade foram mudando o seu desempenho, por vezes imitando procedimentos ou assumindo o ponto de vista dos colegas, mas sentindo-se mais confiantes, mais confortáveis, conquistando assim maior autonomia e autoestima em relação às suas capacidades. Por parte da investigadora esta situação proporcionou uma atenção a todas as crianças, mais focalizada para a gestão das tarefas (materiais, espaços, tempo) e para questionamento que foi fundamental para que as crianças avançassem nos seus raciocínios. Assim, a investigadora, os pares mais competentes, o material, o contexto funcionaram como “andaimes” (*scaffolding*) (Wood, Brunner & Ross, 1976, citados em Vasconcelos, 1997, p. 239) que ajudaram a criança a trabalhar na ZDP (Vygotsky, 1998), ou seja no limite das suas capacidades, próximo daquilo que potencialmente está em vias de conseguir realizar.

Em relação às dificuldades sentidas, a primeira prendeu-se com a compreensão das questões numa fase inicial. Algumas crianças revelaram não se ter apropriado dos dados e começaram a dar respostas descontextualizadas, como foi muitas vezes o caso da Ana. Foi então necessário repetir várias vezes a situação e certificar que todas as crianças tinham compreendido a(s) questão(ões). Assim, nesta intervenção didática a primeira fase proposta por Pólya (2003) “compreender o problema” tornou-se crucial no modo como as crianças agarravam as tarefas. Se as crianças não compreendiam o que se lhes pedia, ou não tinham em conta os dados explanados na apresentação da tarefa, então não conseguiam avançar na tarefa. Também, ao longo de cada tarefa era preciso relembrar os dados pois algumas crianças divagavam sobre outros aspetos, perdendo o foco das tarefas. A segunda dificuldade teve a ver com o material. Com já foi referido, o

material foi também, por vezes, um fator de instabilidade e de excitação excessiva. A estratégia usada para ultrapassar este problema foi o de deixar num primeiro momento explorá-lo livremente, depois retirá-lo, explicitar a tarefa e de seguida disponibilizá-lo novamente. Outro constrangimento sentido foi a pouca autonomia e insegurança que algumas crianças revelaram. Esta dificuldade foi evidenciada com comportamentos tais como: davam respostas apenas quando solicitadas e/ou; reivindicavam constantemente a atenção da educadora e/ou; estavam sempre à espera que outras crianças dessem a resposta copiando os seus procedimentos e produções. No entanto, como já foi referido, à medida que as tarefas iam sendo implementadas estes comportamentos iam-se diluindo. Foi possível verificar que, algumas das crianças que revelavam esta dificuldade conseguiram envolver-se nos processos, dando ideias, argumentando, evidenciando ter compreendido os desafios e feito aprendizagens. No final de cada tarefa, era visível a alegria e satisfação pelo investimento feito, quer ele tenha sido com maior ou menor esforço, pois havia o sentimento de que o grupo tinha conseguido resolver mais um problema e isso era importante para a auto estima e gosto por este tipo de tarefas.

A Resolução de Problemas e a Criatividade

Neste ponto serão apresentadas as conclusões relativas à resolução de problemas, especificamente em relação às seis tarefas da intervenção didática, focando algumas características das mesmas, os processos mobilizados nomeadamente no âmbito das representações, e as dimensões da criatividade evidenciadas pelas crianças-caso.

Relembre-se que as seis tarefas incluídas na intervenção didática inseriram-se na categoria de problema de processo, segundo a categorização de Vale e Pimentel (2004), sendo que quatro envolviam o trabalho com padrões. O gosto por atividades que envolvem os padrões foi claramente evidenciado pela Ana e pela Maria, e pelas restantes crianças, indo este aspeto corroborar o sugerido por muitos autores (e.g. Barros & Palhares, 1997; Cabrita & Ventura, 2009; Devlin, 2002; Orton, 1999; Ponte & Serrazina, 2000; Schoenfeld, 1992; Vale et al., 2006; Vale, et al., 2009) de que se deve aproveitar esta natural motivação para este tipo de trabalho, pois ele é fundamental para

aprendizagens futuras, nomeadamente da álgebra, e, além de ser uma poderosa estratégia de resolução de problemas, é também um tema unificador que promove a integração entre conceitos matemáticos e com outras áreas de conteúdo, e ainda promove o desenvolvimento de capacidades de raciocínio e comunicação. Nas tarefas que envolveram a procura de padrões de crescimento foi possível verificar que a Ana e a Maria se envolveram na procura de regularidades e relações e chegaram mesmo a generalizações próximas, baseadas numa compreensão recursiva e no caso da tarefa “Vamos pôr a roupa a secar” chegaram mesmo a uma generalização distante, pelo menos relativamente à sequência numérica sua conhecida. Ainda nesta última tarefa foi visível a formulação de problemas por parte das crianças. Ainda que de um modo diferente, na formulação de problemas a Ana e a Maria além de mobilizarem os seus conhecimentos tiveram que compreender os processos desencadeados pela sua resolução. As características desta tarefa com uma questão aberta permitiu a formulação de problemas por parte de todas as crianças, o que demonstra existir uma autonomia cognitiva e um pensamento divergente. Como referem alguns autores (e.g. Conway, 1999; Silver, 1997; Vale & Pimentel, 2011) as tarefas de cunho aberto incentivam a curiosidade, a exploração, a investigação autónoma, permitindo um pensamento divergente que favorece processos mentais superiores.

As tarefas também promoveram processos variados e criativos de resolução com o recurso a várias representações. A diversidade de respostas enformadas em diferentes representações são evidências de que as crianças pensam de modo diversificado e por isso tomam decisões e fazem escolhas também elas diversificadas. Assim, as representações foram também um poderoso instrumento de comunicação do pensamento criativo. Como refere Duffy (2004) “as crianças usam as suas representações criativas para comunicar e exprimir os seus pensamentos (...) diferentes formas de representação permitem-lhes abordar os problemas de variadas maneira e ganhar novos conhecimentos” (p. 132). Através das representações foi possível aceder às ideias matemáticas, à compreensão sobre conceitos, aos processos envolvidos e à existência de dificuldades. De acordo com a terminologia assumida neste estudo (Figura 1) podemos dizer que de um modo geral todas as representações foram mobilizadas e combinadas

entre si. As representações orais foram transversais em todas as tarefas e mobilizada por todas as crianças do grupo. A Ana foi a criança que mais recorreu a este tipo de representação. Ela enquanto agia estava sempre a falar, *a pensar em voz alta*, explicitando ideias, raciocínios e argumentações. Por isso, foi fácil aceder ao seu modo de pensar, ainda que às vezes tivesse dificuldade em explicar oralmente o modo como pensou. Mas ela não desistia, explicava quantas vezes fosse necessário até que a sua argumentação a satisfizesse. Já a Maria usava menos a linguagem oral. Todavia as suas ideias, explicações, raciocínios e argumentações eram na maior parte das vezes muito adequadas. O seu discurso era muito compreensível e claro e, muitas vezes, serviram de ponto de partida para a descoberta de novas abordagens às situações. As representações ativas (simulações de situações, dramatizações, materiais manipuláveis) foram aquelas que mais motivaram as crianças. Como foi referido no ponto anterior, todas as tarefas dispunham de material para que as crianças pudessem manipular. As dramatizações também foram mobilizadas com grande entusiasmo, nomeadamente nas tarefas “Os flamingos”, “Os amigos dão abraços” e “Vamos pôr a roupa a secar”. Ao dramatizar estas situações as crianças davam sugestões de estratégias, como por exemplo começar por uma situação mais simples (simplificação/decomposição) como foi o caso da Ana na tarefa “Os amigos dão abraços” ou trabalhar do fim para o princípio como foi o caso da Maria na mesma tarefa. Assim, as dramatizações foram eficazes e fundamentais na resolução das tarefas quer nos processos, facilitando a (re)construção de raciocínios, quer para chegar às soluções. As representações escritas foram também transversais a todas as tarefas. Como já foi referido, as crianças estão habituadas a registarem no papel todas as suas vivências. As representações escritas serviram para registar dados das tarefas e para consolidar as aprendizagens. Serviram também para apresentar ao grupo/turma as conclusões, sustentando assim as argumentações. Também foram um instrumento essencial na entrevista, pois as crianças eram confrontadas com as suas representações escritas e incentivadas a explicar o modo como pensaram. Através destas representações foi possível aceder também a algumas dificuldades que não foram visíveis durante a exploração das tarefas. Algumas dificuldades observadas relacionaram-se com o tempo que a criança despendia na elaboração dos seus desenhos, desviando assim o foco da

atividade matemática transformando-a numa atividade de desenho. Ao contrário de alguns elementos do grupo que manifestaram dificuldades, a Ana e a Maria revelaram facilidade neste tipo de representação. A maior parte das suas representações escritas tinham características pictográficas como se pode verificar nas figuras relativas às tarefas. No entanto, verificou-se a emergência de características iconográfico (bolinhas, tracinhos, setas tipo esquema, figuras geométricas) e de características simbólicas (numerais, tabelas, listas organizadas e esquemas) o que segundo Castro e Rodrigues (2008) são um fator indicativo de que as crianças estão num nível de desenvolvimento entre o concreto e o abstrato, no qual o concreto ainda domina, mas que começa a emergir a apropriação da simbologia matemática. Sobre este aspeto, Carruthers e Worthington (2010) referem a necessidade de, progressivamente, se incentivar as representações mais abstratas, como modos mais eficientes e rápidos de representar as ideias matemáticas, respeitando porém o ritmo e espontaneidade das crianças.

As tarefas revelaram-se também “motores” potencialmente favoráveis ao desenvolvimento do pensamento criativo das crianças. Várias evidências comprovam que a Ana e a Maria, revelaram aspetos muito criativos na exploração das tarefas. A sua curiosidade, a sua motivação, o modo como exprimiam as suas ideias, como faziam as suas escolhas, como mobilizavam diferentes estratégias e representações, como explicavam os seus raciocínios e como por vezes eram “únicas” no seu modo de pensar parecem justificar e sustentar esta afirmação. Este estudo não teve como objetivo medir a criatividade das crianças, mas sim de fazer uma análise global do seu desempenho através das três dimensões da criatividade, a fluência, a flexibilidade e a originalidade, preconizadas por Conway (1999), Silver (1997) e Vale e Pimentel (2011).

A flexibilidade foi a dimensão que foi mais visível e evidenciada tanto pela Ana como pela Maria. Como se pode verificar na descrição dos casos, estas crianças abordaram cada tarefa de modos diferentes, mudando de direção à medida que o seu raciocínio se ia organizando, quer em busca de respostas mais elaboradas e que mais as satisfizessem, quer para encontrar várias soluções. Neste processo, as crianças usaram um conjunto de ferramentas, combinando algumas na mesma tarefa, as quais se constituíram como evidências das múltiplas e diferentes abordagens que mobilizaram e

foram elas: a tentativa e erro, a estimativa, a invenção de histórias e enredos, a redução a uma situação mais simples, trabalhar do fim para o princípio, a exploração do material e simulação de situações, a dramatização, a procura de padrões, o desenho, o recorte e colagem, listas organizadas e tabelas. Como afirma Vale (2011) um bom solucionador de problemas possui várias abordagens para resolver determinado problema, mostrando ter um pensamento flexível que se adequa aos problemas e ao modo de os resolver.

A fluência também foi evidenciada pela Ana e a Maria através do número de ideias e respostas diferentes conseguidas na resolução de uma mesma tarefa, apoiadas por diferentes representações. As diferenças neste aspeto encontradas entre estas duas crianças prenderam-se com o facto de a Ana ter muitas ideias diferentes e mais espontâneas, enquanto as ideias diferentes da Maria eram mais elaboradas e de maior exigência cognitiva. As tarefas que promoveram a fluência com mais predominância foram as “Os amigos dão abraços” e “Vamos pôr a roupa a secar” e são também aquelas onde foi mais evidenciado o pensamento divergente das duas crianças. Estas tarefas são também consideradas as mais abertas e por isso as que promoveram um maior número de respostas diferentes. A tarefa “Vamos pôr a roupa a secar” foi aquela que promoveu a formulação de problemas e a generalização distante.

A originalidade também foi evidenciada pela Ana e pela Maria, ainda que tenham tido como referenciais de comparação apenas as resoluções do grupo. Como refere Duffy (2004) muitas coisas que as crianças pequenas criam e descobrem não são consideradas originais para a sociedade por já terem sido descobertas por outros. Porém, esquecemo-nos que para as crianças são factos novos. As crianças estão a ser originais quando estabelecem uma relação que para elas é nova e que se distancia do evidente e elementar. Assim, podemos considerar que muitas das respostas dadas pela Ana e pela Maria, e explicitadas no ponto anterior, foram originais porque foram pensadas e elaboradas apenas por elas.

Em síntese, este estudo permitiu concluir que o contexto de resolução de problemas, no qual as tarefas propostas se manifestaram motivadoras, desafiadoras e significativas, possibilitou às crianças, não só desenvolver as suas capacidades relativas a vários tópicos da matemática, como de capacidades transversais ligadas à resolução de

problemas, ao raciocínio e à comunicação. Potenciou também a utilização de múltiplas representações criativas, a mobilização de procedimentos e conhecimentos adquiridos em situações anteriores e ainda de favoreceu o desenvolvimento de capacidades ligadas ao pensamento criativo além de ter favorecido uma relação positiva com a matemática, que se acredita que poderá ser determinante no sucesso das suas aprendizagens futuras.

Reflexões Finais

Reflexão sobre algumas implicações na prática profissional

Este estudo, ao ser realizado com crianças em idade pré-escolar, revelou à partida a sua pertinência na prática profissional da investigadora que é educadora de infância.

Todo o processo de reflexão envolvido - a procura de informação científica e didática, as opções metodológicas, a escolha e adequação das tarefas incluídas na intervenção didática, a gestão dos grupos, dos materiais, dos tempos, dos espaços, do questionamento - contribuiu para alargar os conhecimentos da investigadora, quer no âmbito dos tópicos da matemática, quer no âmbito da sua didática.

A leitura sistemática do material reunido na recolha de dados e o visionamento das fotos e dos vídeos, sustentado com a informação científica recolhida, envolveram a docente num processo com forte carácter reflexivo de (re)construção de saberes, ferramenta necessária ao desenvolvimento de uma prática mais consciente, mais autónoma e com projeção, quer ao nível das aprendizagens das crianças, quer ao nível de novas metas de desenvolvimento profissional.

Acredita-se que um contexto de resolução de problemas que envolve as crianças em explorações matematicamente ricas e nos quais as mesmas são incentivadas a criar, a partilhar as suas ideias, a explicar os seus raciocínios, a representar os processos, constituem contextos potencialmente favoráveis ao desenvolvimento do pensamento matemático e criativo e ao desenvolvimento global das crianças. A criação deste contexto exige dos educadores de infância um conhecimento sólido e rigoroso e uma reflexão sobre a sua ação, pois eles são responsáveis pela forma como propõem as tarefas e como

transmitem o gosto e a disposição para a matemática. É este “acreditar”, que foi crescendo com mais solidez ao longo do estudo, a implicação mais relevante na prática profissional da educadora/investigadora.

Limitações e recomendações

Logo no momento de recolha bibliográfica foi sentida a primeira limitação, pois a investigadora confrontou-se com o facto de existirem poucos estudos sobre a resolução de problemas matemáticos na educação pré-escolar. A maior parte da bibliografia sobre este tema diz respeito aos outros níveis do ensino básico. A investigadora tentou conciliar a informação disponível, enfatizando aspetos que são transversais em toda a educação básica com aspetos referentes ao desenvolvimento matemático das crianças.

Neste estudo a investigadora era também a educadora titular do grupo. Muito embora, os papéis assumidos como educadora e investigadora (observadora participante) lhe permitiram envolver-se no contexto para partilhar a realidade com as crianças e para melhor compreender o significado por estas atribuído aos acontecimentos, também é verdade que desencadearam alguns problemas, nomeadamente: no registo sistemático de todas as observações efetuadas; por, muitas vezes, ser difícil a escolha entre intervir, apoiando e desafiando, ou deixar a ação decorrer; por não prescindir do seu próprio ponto de vista ao analisar os dados; pela relação afetiva que se foi construindo no convívio diário com as crianças, que poderia pôr em causa o distanciamento necessário para observar e analisar. No entanto, tendo em conta o nível etário dos participantes considera-se que este foi o modo mais adequado de perceber e interpretar os fenómenos, pois favoreceu um desempenho mais natural e genuíno por parte das crianças.

No que refere às tarefas propostas na intervenção didática, sentiu-se que algumas não eram suficientemente abertas de modo a favorecer a fluência, uma das dimensões do pensamento criativo. Todavia, o nível etário das crianças e o facto de ser difícil durante a exploração de uma tarefa manter o foco da atividade, pois as crianças divagam muito, comprometendo os objetivos matemáticos, fez com que a investigadora fizesse esta

escolha. No entanto, depois de toda a reflexão sobre o estudo, a investigadora tem a consciência de que seria pertinente ter corrido esse risco.

Este estudo não pretendeu chegar a generalizações, mas sim de compreender e interpretar uma situação específica atribuindo-lhe significado. Como as conclusões dizem apenas respeito a este contexto, seria pertinente que o mesmo estudo pudesse ser repetido em outros contextos diferentes, com um “olhares” diferentes de outros investigadores para dar assim uma compreensão global da temática.

Todas as abordagens centradas na resolução de problemas matemáticos na educação pré-escolar, e em particular as que envolvem o trabalho com padrões serão também relevantes para fomentar o desenvolvimento de capacidades matemáticas das crianças, bem como uma relação positiva com a matemática.

A criatividade como tema emergente e em particular ligado à resolução de problemas matemáticos poderá também ser um caminho a descobrir.

Os educadores/professores não se podem esquecer que é nos primeiros anos que as crianças adquirem as suas crenças e concepções acerca da matemática. Estas influenciarão significativamente a sua relação com a matemática. São por isso os responsáveis pela qualidade das tarefas matemáticas que propõem às crianças. O ambiente de “resolução de problemas” que criam, com tarefas criativas e desafiantes (problemas, investigações, atividades exploratórias, projetos), onde se dá tempo às crianças de procurarem e debaterem as suas próprias soluções, apoiando a sua explicitação (ME-DEB, 1997), revela-se crucial na forma como transmitem o gosto e a disposição para a matemática. Será também pertinente levar a cabo estudos sobre os educadores de infância, nomeadamente sobre os seus conhecimentos, crenças, atitudes e concepções acerca da matemática, pois poderão contribuir para a qualidade da sua ação, já que as mesmas estão intimamente relacionadas com o modo como se relacionam com esta área e como promovem as aprendizagens às crianças.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: ME-DEB.
- Afonso, N. (2005). *Investigação naturalista em educação, um guia prático e crítico*. Porto: Edições Asa.
- APM (1988). *A renovação do currículo de matemática*. Lisboa: APM.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM e IIE.
- Azevedo, I. (2007). *Criatividade e percurso escolar: Um estudo com jovens do ensino básico*. (Tese de doutoramento) Braga: Instituto de Educação e Psicologia - Universidade do Minho.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?, *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barbeau, E. J. & Taylor, P. J. (2005). Challenging mathematics in and beyond the classroom. Discussion Document of the *ICMI Study 16*. Acedido outubro 4, 2010, em <http://amt.edu.au/icmis16.html>.
- Baroody, A. (2002). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças. In B. Spodek (Org.), *Manual de investigação em educação de infância* (p.p 333-390). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Barron, F. (1988). Putting creativity to work. In R. J. Sternberg (Ed.), *The nature of creativity: Contemporary psychological perspectives* (pp. 325-339). New York: Cambridge Press.
- Barros, G. & Palhares, P. (1997). *A emergência da matemática no jardim de infância*. Porto: Porto Editora.
- Bispo, R., Ramalho, G. & Henrique, N. (2008). Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5.º ano de escolaridade. *Análise Psicológica*, 1(26), 3-14.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico*. Lisboa: ME - DGIDC.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Braumann, M. (2009). Criatividade artística e criatividade científica. *Noesis*, 77, 26-31.
- Brizuela, B. (2004). *Mathematical development in young children: Exploring notations*. New York: Teachers College Press.
- Brown, S. I., Cooney, T. J. & Jones, D. (1990). Mathematics teachers education. In W. R. Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 639-656). New York: Macmillan Publishing Company.
- Cabrita, I. & Ventura, A. S. (2009). Patterns in the first school years – mains constrais [em linha]. *The proceedings of 19th annual Conference of European Teacher Education Network (ETEN) Web site*. Acedido janeiro 17, 2012, em http://www.eten.online.org/uploads/ETEN_Proceedings
- Carraher, T. N., Carraher, D. & Schliemann, A. (1999). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez Editora.

- Carruthers, E. & Worthington, M. (2010). *Children's mathematics: Making marks, making meaning* (2ª edição). London: Sage Publications.
- Castro, J. & Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados. Textos de apoio para educadores de infância*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Clement, L. (2004). A model for understanding, using, and connecting representations. *Teaching Children Mathematics*, 9, 97-102.
- Cohen, L. & Manion, L. (1994). *Research methods in education*. London: Routledge.
- Conway, K. (1999). Assessing open-ended problems. *Mathematics teaching in the Middle School*, 4, 8, 510-514.
- Csikszentmihalyi, M. (1988). Society, culture and person: A systems view of creativity. In R. J. Stenberg (Ed.), *The nature of creativity: contemporary psychological perspectives* (pp. 325-339). New York: Cambridge University Press.
- Denzin, N. & Lincoln, Y. (2000). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Devlin, K. (1998). *Life by the numbers*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23, 167-80.
- Duffy, B. (2004). Encorajando o desenvolvimento da criatividade. In I. Siraj- Blatchford (Coord.), *Manual de desenvolvimento curricular para a educação de infância* (pp. 130-143) Lisboa: Texto Editora.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods research on teaching. In M. C. Wittrock (Org.), *Handbook of research in teaching* (pp. 119-161). New York: Macmillan Publishing Company.
- Fennema, E. & Behr, M. (1980). Individual differences and learning of mathematics. In R. Shumway (Ed.), *Research in mathematics educations* (pp. 324-355). Reston: NCTM.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an education task*. Dordrecht: D. Reidel.
- Gardner, H. (1997). *Arte, mente y cérebro. Una aproximación cognitiva a la creatividad*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibéria.
- Gaspar, M. (2001). O desenvolvimento numérico de crianças em idade pré-escolar: O Projecto Mais-Pais. *Infância e Educação. Investigação e Práticas*, 3, 115-150.
- Gaspar, M. (2005). Desafios da avaliação da matemática em educação pré-escolar. *Infância e Educação. Investigação e Práticas*, 7, 49-58.
- Ginsberg, H. (1989). *Children's arithmetic*. Austin: Pro-ed.
- Ginsburg, H. P. (1989). *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- Ginsburg, H. P., Lone, N. & Seo, K. (1999). Young children doing mathematics in early years. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 88-99). Reston : NCTM/NAEYC.
- Greenes, C. E., Dacey, L., Cavanagh, M., Findell, C., Sheffield, L. & Small, M. (2003). *Navigating though problem solving and reasoning in prekindergarten-kindergarten*. Reston: NCTM.

- Guba, E. & Lincoln, Y. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 105-117). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Guberman, S. R. (1999). Cultural aspects of young children's mathematics knowledge. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 30-36). Reston: NCTM/NAEYC.
- Hohmann, M., Banet, B. & Weikard, D. P. (1979). *A criança em acção*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Hughes, M. (1986). *Children and number: Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Hunting, R. (1999). Rational-number learning in early years – What is possible. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 88-99). Reston: NCTM e NAEYC.
- Isaksen, S. G. & Parnes, S. J. (1985). Curriculum planning for creative thinking and problem solving. *Journal of Creative Behaviour*, 19, 1-29.
- Janvier, C. (1987). Representation and understanding: The notion of function as an example. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-71). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Leavers, F. (1994). The innovative project: Experiential Education and the definition of quality in education. In F. Leavers (Ed.), *Defining and assessing quality in early childhood education* (pp. 159-172). Leuven: Leuven University Press.
- Lei de Bases do Sistema Educativo: Decreto-Lei nº 46/86
- Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar: Lei nº 5/97 de 10 de fevereiro. D. R. nº 34/97 - I Série A.
- Leitze, A. R., (1997). Connecting process problem solving to children's literature. *Teaching Children Mathematics*, 3, 398-406.
- Lester, F. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 84-99). New York: Academic Press.
- Lincoln, Y. & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park: Sage Publications.
- Lincoln, Y. & Guba, E. (2000). Paradigmatic controversies, contradictions and emerging confluences. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 163-188). Thousand Oaks CA: Sage Publications.
- Martins, C., Maia, E., Menino, H., Rocha, I. & Pires, M. V. (2002). O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da matemática. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo & A. F. Dionísio (Eds.), *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp 59-81). Lisboa: SPCE.
- Matos, J. M. & Gordo, F. (1993). Visualização espacial: algumas actividades. *Educação e Matemática*, 26, 13-17.
- ME (1991). *Declaração mundial sobre educação para todos. Quadro de acção para responder às necessidades da educação básica. Conferência Mundial sobre educação para todos*. Lisboa: Ministério da Educação.
- ME-DEB (1997). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Ministério da Educação -Departamento de Educação Básica.

- ME-DEB (1998). 1º ciclo do ensino básico: Organização curricular e programas. Lisboa: Ministério da Educação-Departamento de Educação Básica.
- ME-DEB (2001). *Currículo nacional para o ensino básico. Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação-Departamento de Educação Básica.
- ME-DGEBS (1990). *Ensino Básico: Programa do 1º ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral do Ensino Básico e Secundário.
- ME-DGIDC (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- ME-DGIDC (2010). Metas de aprendizagem [em linha]. *Ministério da Educação-Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (ME-DGIDC) Web site*. Acedido janeiro 17, 2011, em <http://metasdeaprendizagem.min-edu.pt/educacao-pre-escolar/metas-de-aprendizagem/metas/?areas=7&level=1>.
- Mendes, M. F. & Delgado, C. C. (2008). *Geometria. Textos de apoio para educadores de infância*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Mertens, D. (1998). *Research methods in education and psychology. Integrating diversity with quantitative and qualitative approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Migueis, M. & Azevedo, M. G. (2007). *Educação matemática na infância. Abordagens e desafios*. Gaia: Gailivro.
- Merriam, S. (1991). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Bass Publishers.
- Miles, M. & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Moreira, D. & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à matemática no jardim de infância*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Myren, C. L. (1996). Encouraging young children to solve problems independently. *Teaching children mathematics*, 3, 72-76.
- NAEYC & NCTM (2002). Early childhood mathematics: Promoting good beginnings [em linha]. *Nacional Association for the Education of Young Children (NAEYC) Web site*. Acedido maio 7, 2011, em <http://www.naeyc.org/positionstatements/mathematics>.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- NCTM (1993). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series, grade K-6 - Patterns*. Virgínia: NCTM
- NCTM (2000). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM (2010). Standards and Focal Points>Introduction [em linha]. *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) Web site*. Acedido outubro 10, 2010, em <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=3044>.
- Nóvoa, A. (1988). O método (auto)biográfico na encruzilhada dos caminhos (e descaminhos) na formação de adultos. *Revista Portuguesa de Educação*, 1, 7-20.
- NRC (1989). *Everybody counts*. Washington DC: National Academy Press.
- Nunes, T. & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

- Oliveira-Formosinho, J. & Araújo, S. (2008). Escutar as vozes das crianças como meio de (re)construção de conhecimento acerca da infância: algumas implicações metodológicas. In J. Oliveira-Formosinho (Org.), *A escola vista pelas crianças* (pp. 11-29). Porto: Porto Editora.
- Oliveira, I. (2004). A matemática e a educação pré-escolar. In D. Moreira & I. Oliveira (Coords.), *O jogo e a matemática* (pp. 12-53). Lisboa: Universidade Aberta.
- Orton, A. (1999). *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. London: Cassel.
- Pacheco, J. A. (1995). *O pensamento e a acção do professor*. Porto: Porto Editora.
- Palhares, P. (1997). Histórias com problemas construídas por futuros professores de matemática. In D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho & I. Vale (Coords.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: Múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 159-188). Aveiro: GIRP.
- Palhares, P. (2000). *Transição do pré-escolar para o 1º ano de escolaridade: Análise do ensino e das aprendizagens em matemática*. Tese de Doutoramento. Braga: Instituto de Estudos da Criança – Universidade do Minho.
- Palhares, P. & Mamede, E. (2001). Os padrões na matemática do pré-escolar. *Educare - Educere*, 10, 107-123.
- Piaget, J. (1976). *A formação do símbolo na criança: Imitação, jogo e sonho, imagem e representação*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1971). *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança – conservação e atomismo*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1981). *La representation de l'espace chez l'enfant*. Paris: PUF.
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1975). *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Pólya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. In S. Krulik & Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 1-2). Reston : NCTM.
- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas* (tradução portuguesa do original de 1973). Lisboa: Gradiva.
- Patton, M. (1987). *How to use qualitative methods*. California: Sage Publication.
- Patton, M. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. California: Sage Publications.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3 (1), 3-53.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in mathematics classroom. *ZDM*, 39, 419-430.
- Ponte, J. P. & Canavarro, P. (1994). A resolução de problemas nas concepções e práticas dos professores. In D. Fernandes, A. Borralho & G. Amaro (Org), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 197-211). Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Matos, J. F. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação – implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha, M. H. & Segurado, M. I. (1998). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: IIE.

- Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2000). Didáctica da matemática d 1º ciclo. Lisboa: Universidade Aberta.
- Resnik, L. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44, 162-169.
- Rogoff, B. (1993). *Aprendices del pensamiento*. Espanha: Paidós.
- Sakshaug, L., Olson, M. & Olson, J. (2002). *Children are mathematical problem solvers*. Reston: NCTM.
- Santos, L. (2001). A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professores do ensino secundário. *Actas do XII Seminário de Investigação em educação matemática* (pp. 57 – 77). Lisboa: APM.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.334-366). New York: Macmillan e NCTM.
- Serrazina, L., Vale, I., Fonseca, H. & Pimentel, T. (2002). Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In J. Ponte, C. Costa, A. Rosende, E. Maia, N. Figueiredo & A. F. Dionísio (Orgs.), *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos professores* (pp. 41 – 58). Lisboa: SPCE.
- Sherman, R. (1989). *Qualitative research in education: Forms and methods*. East Sussex U.K.: Falmer Press.
- Siegler, R. & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale: Laurence Erlbaum Associates.
- Silva, I. L. (1997). Orientações curriculares para a educação pré-escolar – a participação dos educadores. In *Pensar o currículo em educação de infância*: actas do 7º encontro nacional da APEI (pp. 51-61). Lisboa: APEI.
- Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 3, 75-80.
- Sim-Sim, I., Silva, A. C. & Nunes, C. (2008). *Linguagem e comunicação no jardim-de-infância: Textos de apoio para educadores de infância*. Lisboa: ME - DGIDC.
- Siraj-Blatchford, I. (2004). *Manual de desenvolvimento curricular para a educação de infância*. Lisboa: Texto Ediora.
- Sophian, C. (1999). Children ways of knowing. Lessons from cognitive development research?. In J. Copley (Edit.), *Mathematics in Early Years* (pp. 88- 99). Reston: NCTM and NAEYC.
- Spodek, B. (1996). The professional development of early childhood teachers. *Early Child Development and Care*, 115, 115-124.
- Spodeck, B. & Brown, P. C. (2002). Alternativas curriculares em educação de infância. In B. Spodeck (org.), *Manual de investigação em educação de infância* (pp. 193-264). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Stake, R. E. (1994). Case study. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 236-247). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Stake, R. E. (2009). *A arte da investigação com estudos de caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

- Stein, M. K. & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2, 50-80.
- Stein, M. K. & Smith (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. *Educação e Matemática*, 22-28.
- Sternberg, R. J. (2001). What is the common thread of creativity? Its dialectical relation to intelligent and wisdom. *American Psychologist*, 56(4), 360-362.
- Taylor-Cox, J. (2003). Teaching and learning about maths: Algebra in the early years. *Young Children*, 1, 14-21.
- Torrance, E. P. (1977). *Educacion y capacidad creativa*. Madrid: Ediciones Marova.
- Torrance, E. P. (1988). The nature of creativity as manifest in its testing. In R. J. Stenberg (Ed.), *The nature of creativity: contemporary psychological perspectives* (pp. 43-75). New York: Cambridge University Press.
- Vale, I. (1997). Desempenhos e concepções de futuros professores de matemática na resolução de problemas. In D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho & I. Vale (Coords.). *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: Múltiplos contextos e perspectivas* (pp.1- 38). Aveiro: GIRP.
- Vale, I. (2000). *Didáctica da matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. (Tese de doutoramento) Lisboa: APM.
- Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática. *Revista*, 5, 171-202.
- Vale I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. XX SIEM. In J. Fernandes, H. Martinho & F. Viseu (Orgs.). *Actas do Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-63). Viana do Castelo: APM.
- Vale, I. (2011). Tarefas desafiantes e criativas. *Actas do II SERP - Seminário em Resolução de Problemas*, CD-Rom. UNESP, Rio Claro, Brasil.
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrão na aula de matemática: Um desafio para professores e alunos [em linha]. *Interações Web site*, 20, 181-207. Acedido maio 5, 2012, em <http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/>
- Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L., & Pimentel (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática. Propostas curriculares para o ensino básico*. Viana do Castelo: ESE-IPVC.
- Vale, I. (Coord.), Fão, A., Portela, F., Geraldês, F., Fonseca, L., Gigante, M., Lima, S. & Pimentel, T. (2006). *Matemática no 1º ciclo. Propostas para a sala de aula*. Viana do Castelo: ESE-IPVC.
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I. & Borralho, A. (2006). Os padrões no ensino aprendizagem da álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-213). Lisboa: SPCE Secção de Educação Matemática.
- Vale I. & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In P. Palhares (coord.). *Elementos da matemática para professores do ensino básico*. Lisboa: Lidel.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2011). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S.

- Carreira (Eds), *Investigação em Educação Matemática - Práticas de Ensino da Matemática* (pp.347-359). Portalegre: SPIEM.
- Van Hiele, P. (1999) Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 6, 310-316.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics*. Boston: Pearson Education, Inc.
- Vasconcelos. T. (1997). *Ao redor da mesa grande: As práticas educativas de Ana*. Porto: Porto Editora.
- Vieira, F. (2010). *A aprendizagem da profissão: Um estudo de caso de portefólios reflexivos de educadores de infância* (Tese de Doutoramento). Braga: Universidade do Minho.
- Yin, R. (1989). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park: Sage Publications.

ANEXOS

Anexo I - Pedido de autorização ao Diretor do Agrupamento de Escolas

Ex.mo Senhor Diretor

No âmbito do Mestrado em Educação, Didática da Matemática e Ciências, pretendo realizar um estudo, com o grupo de crianças do qual sou titular, centrado no domínio da Matemática, em particular, na Resolução de Problemas. Para a concretização do mesmo, serão propostas algumas tarefas de resolução de problemas para analisar o desempenho das crianças. Desta forma será necessário proceder à recolha de dados através de fotografias, registos vídeo e áudio e de documentos, pelo que peço a Vossa autorização.

Os dados recolhidos serão confidenciais e apenas serão utilizados para o desenvolvimento deste trabalho de investigação.

Todos os Pais/Encarregados de Educação serão informados desta minha intenção, aos quais será também pedida a respetiva autorização.

Estou disponível para qualquer esclarecimento adicional, respondendo a questões e dúvidas que possam surgir relativamente à aplicação do estudo, aguardando o Vosso parecer.

Grata pela atenção,

A educadora,

(Conceição Vieira)

Anexo II - Pedido de autorização aos pais/encarregados de educação

Exmo. Sr. ou Sra.

Encarregado(a) de educação

No âmbito do Mestrado em Educação, Didática da Matemática e Ciências, pretendo realizar um estudo, centrado no domínio da Matemática, em particular, na Resolução de Problemas.

Serão propostas algumas tarefas de resolução de problemas para analisar o desempenho das crianças.

Desta forma será necessário proceder à recolha de dados através de fotografias, registos vídeo e áudio e de documentos, pelo que peço a vossa colaboração. Os dados recolhidos serão confidenciais e apenas serão utilizados para o desenvolvimento deste trabalho de investigação.

Estou disponível para qualquer esclarecimento adicional, respondendo a questões e dúvidas que possam surgir relativamente a esta situação.

Grata pela atenção,

A educadora,

(Conceição Vieira)

Eu, _____ Encarregado(a) de
Educação do (a) _____,
declaro que autorizo a gravação áudio e vídeo e a participação do meu educando nas actividades propostas.

(Assinatura)

Anexo III - Guião de Observação

Tarefa ...	
Reações à tarefa	
Representações	
Conhecimentos	

Dificuldades	
Criatividade	
Outras situações	

Reflexão final	
----------------	--

Anexo IV – Entrevista – Questões orientadoras

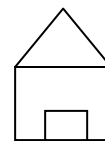
Recordas-te da situação/problema? (relembrar os dados e a questão ou questões)

Explica como pensaste.

- ✓ Em relação aos registos escritos (desenhos, tabelas, esquemas, listas organizadas,...) e/ou;
- ✓ Em relação à manipulação do material e simulação de situações, e/ou;
- ✓ Em relação à dramatização, e/ou;
- ✓ Quando disseste....e/ou;
- ✓ Outras estratégias e situações.

Gastaste de fazer esta tarefa/resolver este problema? Porquê?

Anexo V - Folha de registo da tarefa “Nodi o pintor”



TAREFA - NODI O PINTOR

O Orelhas ofereceu as tintas ao Nodi para pintar as casas, mas impôs duas regras:

1 - Cada casa teria que ter as três cores

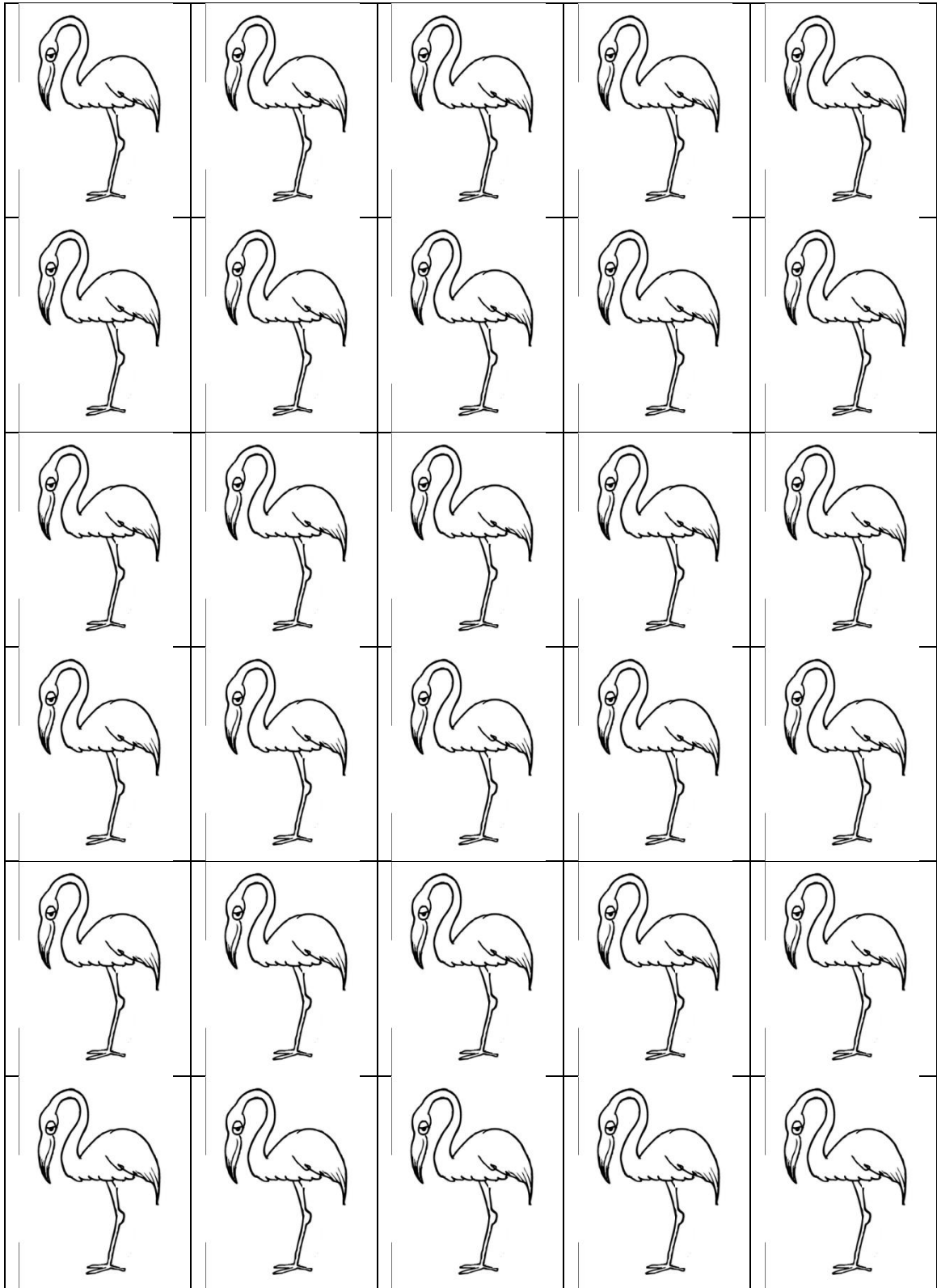
2- Todas as casas teriam que ficar diferentes umas das outras.

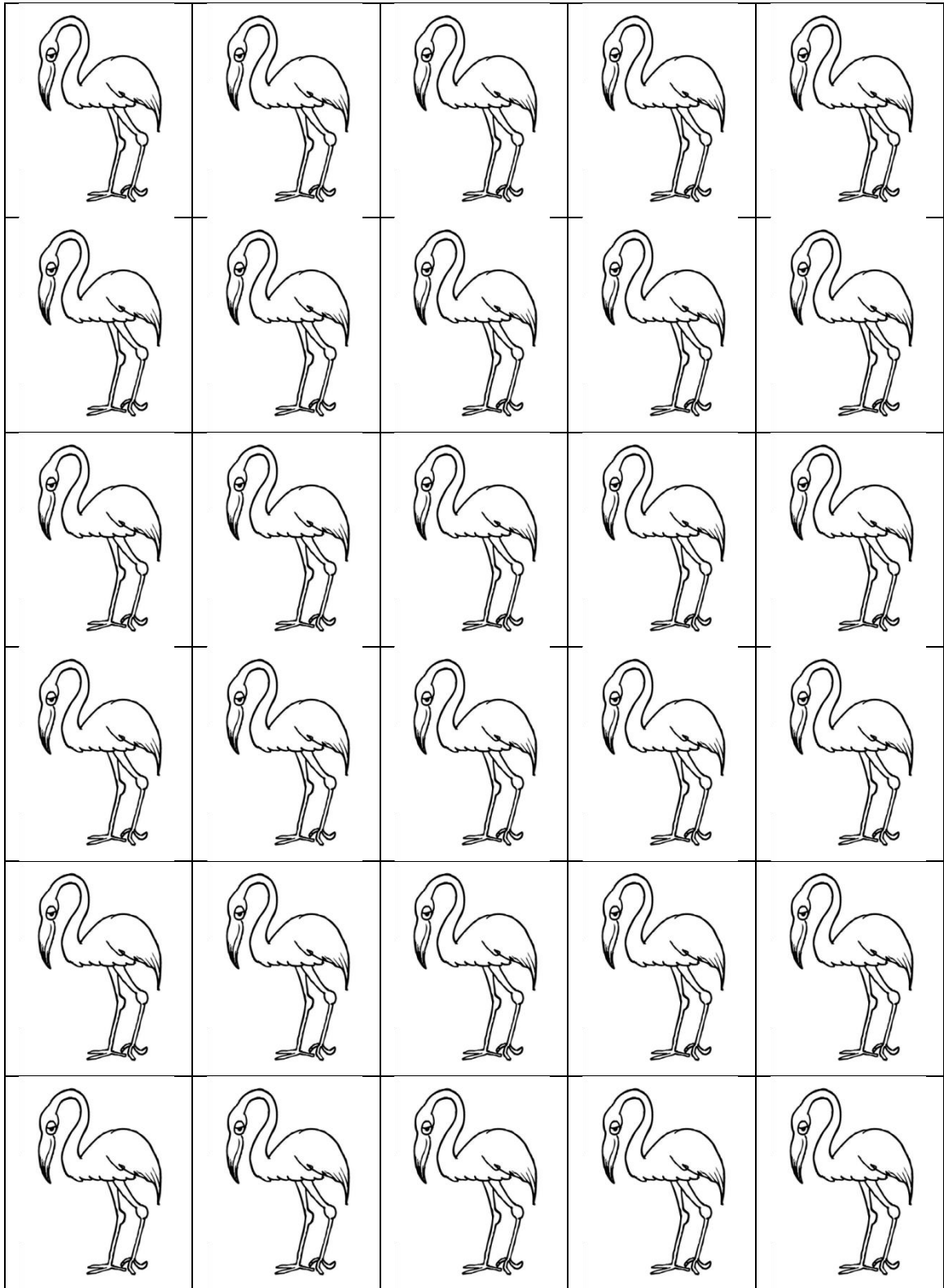
Quantas casas conseguiu pintar o Nodi?

Anexo VI - Folha de registo da tarefa “Os flamingos”; imagens para recortar.

TAREFA – FLAMINGOS

Durante um passeio pelo estuário do rio Tejo pude observar uma família de flamingos. Eu contei 5 patas. Quantos flamingos poderiam lá estar? E se eu visse 6 patas?





Anexo VII - Folha de registo da tarefa “Os amigos dão abraços”

TAREFA – OS AMIGOS DÃO ABRAÇOS

Cinco amigos vão-se abraçar uns aos outros, mas cada menino só pode tocar uma vez em cada amigo. Quantos abraços vão dar? E seis amigos?

Anexo VIII - Folha de registo da tarefa “O galinheiro da D. Mimi”

TAREFA – O GALINHEIRO DA D. MIMI

A D. Mimi tem um galinheiro com muitas galinhas (brancas, pretas, pedreses), garnizés, e patas. Na 2ª feira encontrou 2 ovos brancos, na 3ª feira encontrou 3 ovos castanhos, na 4ª feira encontrou 4 ovos brancos com pintas pretas, na 5ª feira encontrou 5 ovos pequenos e na 6ª feira encontrou 6 ovos grandes. No sábado ela encontrou 15 pintainhos. Será que, de todos os ovos que lá estavam nasceram pintainhos?

Anexo IX - Folha de registo da tarefa “Vamos pôr a roupa a secar”

TAREFA - VAMOS PÔR A ROUPA A SECAR

A mãe da Joana deu-lhe seis panos de cozinha para ela estender na corda e pediu-lhe para não gastar muitas molas. Então, a Joana num pano usou duas molas, mas em dois panos ela usou três molas. Quantas molas usou a Joana para os seis panos? De que outros modos a Joana poderia pôr os panos a secar?

Anexo X - Folha de registo da tarefa “Paus e quadrados”

TAREFA - PAUS E QUADRADOS

Com quatro paus iguais consigo fazer um quadrado. Se tiver sete paus consigo fazer dois quadrados? Quantos pauzinhos serão precisos para fazer a figura seguinte (ou 3ª)? E para a 4ª figura? E para a 5ª figura?

